

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Institut dopravy

Model časové koordinace leteckých spojů na tranzitních letištích  
Time Coordination Air Connections Model on Transit Airports

Student:

Bc. Lucie Vildomcová

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.

Ostrava 2012

## Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Lucie Vildomcová**  
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství  
Studijní obor: 2301T003 Dopravní technika a technologie  
Specializace: 40 Letecká doprava  
Téma: **Model časové koordinace leteckých spojů na tranzitních letištích**  
**Time Coordination Air Connections Model on Transit Airports**

Zásady pro vypracování:

Osnova práce:

Úvod

1. Význam řešeného problému pro dopravní praxi a jeho formulace
  2. Tvorba rámce optimalizace – soupis požadavků na model časové koordinace spojů
  3. Teoretická východiska řešení problému – matematický model úlohy a jeho případné modifikace
  4. Příprava vstupních dat pro provedení výpočetních experimentů
  5. Realizace výpočetních experimentů
  6. Zhodnocení dosažených výsledků a aplikovatelnosti navržených modelů
- Závěr

Seznam doporučené odborné literatury:

Černý, J.; Kluvánek, P. Základy matematické teorie dopravy. Bratislava: VEDA, 1990. ISBN 80-224-0099-8

Volner, R. a kol. Flight Planning Management. Brno: Akademické nakladatelství CERM. 2007. 650 s. ISBN 978-80-7204-496-2

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.**

Datum zadání: 16.12.2011

Datum odevzdání: 21.05.2012

doc. Ing. Vladimír Smrž, Ph.D.  
vedoucí katedry



prof. Ing. Radim Farana, CSc.  
děkan fakulty

**Místopřísežné prohlášení studenta**

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracovala samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedla jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě .....

.....

podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byla seznámena s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mě vyžadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby.

V Ostravě .....

.....

plné jméno autora práce

Jméno a příjmení autora práce:

Bc. Lucie Vildomcová

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Sokolská 157, 747 62 Mokré Lazce

**Poděkování**

„Děkuji panu Ing. Dušanu Teichmannovi, Ph.D. za odborné vedení, poskytování rad a trpělivost při vypracování mé diplomové práce“.

## **ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE**

Vildomcová, L.: *Model časové koordinace leteckých spojů na tranzitních letištích: diplomová práce*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 2012, 79 s. Vedoucí práce: Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.

Diplomová práce se zabývá vytvořením modelů časové koordinace leteckých spojů na tranzitních letištích. Jsou v ní popsány teoretické informace, které se týkají problematiky přidělování slotů v letecké dopravě, obecné principy organizace letového provozu v CTR a existujících modelů pro časovou koordinaci spojů. Na základě teoretických znalostí jsou vytvořeny konkrétní modely pro časovou koordinaci spojů na tranzitních letištích a po ověření funkčnosti těchto modelů je provedena realizace výpočetního experimentu a jeho následné zhodnocení.

## **DIPLOMA THESIS ANNOTATION**

Vildomcová, L.: *Model of temporal coordination of flights at transit airports: diploma thesis*. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Institute of Transport, 2012, 79 pages. Supervisor: Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.

This diploma thesis deals with modelling of temporal coordination of flights at transit airports. It describes theoretical aspects of slot assignment in air transport, general principles of air traffic in CTRs and existing temporal coordination models. Based on theory, specific models are created for temporal coordination of flights at transit airports. Said models are verified, computational experiment is performed and subsequently evaluated.

## OBSAH

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK .....	9
CÍLE DIPLOMOVÉ PRÁCE .....	11
1 ÚVOD .....	12
2 OBECNÉ ZÁSADY ORGANIZACE LETOVÉHO PROVOZU .....	13
2.1 Přidělování slotů od CFMU .....	13
2.1.1 Systém taktických činností a počítačové přidělování slotů TACT/CASA .....	16
2.2 Letištní sloty a slotová koordinace .....	20
2.3 Obecné principy organizace letového provozu v CTR .....	23
2.3.1 Rozestupy mezi odlétávajícími letadly .....	25
2.3.2. Přílet .....	27
2.3.3 Rozestupy mezi přilétávajícími a odlétávajícími letadly .....	29
2.4 Shrnutí .....	30
3 TEORETICKÁ VÝCHODISKA ŘEŠENÍ .....	31
3.1 Obecné zásady tvorby modelů v matematickém programování .....	31
3.2 Základní pravidla pro transformaci matematických modelů do textu programu .....	35
3.3 Existující modely pro časovou koordinaci spojů .....	40
4 NÁVRH ŘEŠENÍ – MODEL Y PRO ČASOVOU KOORDINACI SPOJŮ NA TRANZITNÍCH LETIŠTÍCH .....	44
4.1 Varianta č. 1 .....	45
4.2 Varianta č. 2 .....	47
4.3 Varianta č. 3 .....	48
4.4 Varianta č. 4 .....	49
4.5 Varianta č. 5 .....	50
5 TESTOVÁNÍ FUNKČNOSTI NAVRŽENÝCH MODELŮ .....	52
5.1 Varianta č. 1 modelu - řešení .....	52
5.2 Varianta č. 2 modelu - řešení .....	56
5.3 Varianta č. 3 modelu - řešení .....	58
5.4 Varianta č. 4 modelu - řešení .....	60
5.5 Varianta č. 5 modelu - řešení .....	62
6 REALIZACE VÝPOČETNÍHO EXPERIMENTU VĚTŠÍHO ROZSAHU .....	64
7 ZHODNOCENÍ DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ .....	67

8 VYHODNOCENÍ CÍLŮ DIPLOMOVÉ PRÁCE .....	69
9 ZÁVĚR.....	70
10 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....	71



## SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK

<b>Zkratka</b>	<b>Anglický výraz</b>	<b>Český výraz</b>
AIP	Aeronautical Information Publication	Letecká informační příručka
ARC	Archive Systém	Archivační systém
ATFM	Air Traffic Flow Management	Organizace toku leteckého provozu
ATFN		
ATS	Air Traffic Services	Letové provozní služby
CASA	Computer Assistant Slot Allocation	Počítačové přidělování slotů
CFMU	Central Flow Management Unit	Centrální středisko organizace toku
CTOT	Calculated Take-off Time	Přidělený čas pro vzlet
CTR	Control Zone	Pracovní středisko řídicího
DME	Distance Measuring Equipment	Měřič vzdáleností
ECAC	European Civil Aviation Conference	Evropská konference civilního letectví
ENV	ATS Environment	Systém prostředí ATS
EOBT	Estimated Off-Block Time	Předpokládaný čas začátku poježdění
ETA	Estimated Time of Arrival	Vypočítaný čas vzletu
ETD	Estimated Time of Deperature	Vypočítaný čas příletu
EU	European Union	Evropská Unie
FAF	Final Approach Fix	Fix konečného přiblížení
FL	Flight Level	Letová hladina
FMU	Flow Management Units	Střediska uspořádání toku letového provozu
Ft	Feet	Stopa
IAF	Initial Approach Fix	Fix počátečního přiblížení
IATA	International Air Transport Organisation	Mezinárodní sdružení leteckých dopravců
IF	Intermediate Approach Fix	Fix středního přiblížení
IFPS	Integrated Initial Flight Plan Processing System	Systém pro zpracování letových plánů
IFR	Instrument Flight Rules	Pravidla letů dle přístrojů

Kt	Knots	Uzel – jednotka rychlosti
NM	Nautical Miles	Námořní míle
RNAV	Area Navigation	Prostorová navigace
RWY	Runway	Vzletová a přistávací dráha
SID	Standard Instrument Departure	Standardní odlet podle přístrojů
SOC	Start of Climb	Začátek stoupání
STAR	Standard Instrument Arrival	Standardní přístrojový přílet
STRAT	Strategy System	Systém strategických činností
TP	Turning Point	Bod točení
VOR	VHF Omnidirectional Radio Range	VKV všesměrový maják

## **CÍLE DIPLOMOVÉ PRÁCE**

Tato diplomová práce si klade následující cíle:

- charakterizovat základní zásady přidělování slotů v souvislosti s časovou koordinací spojů na tranzitních letištích,
- zmapovat existující přístupy k tvorbě matematických modelů časové koordinace spojů v přestupních uzlech a analyzovat jejich vhodnost pro využití v letecké dopravě,
- prokáže-li se, že existující přístupy nejsou pro leteckou dopravu vhodné, zabývat se návrhem takových modelů, které by byly v podmínkách letecké dopravy uplatitelné, ověřit pomocí jednoduchých výpočetních experimentů jejich funkčnost a otestovat jejich uplatnění na úloze většího rozsahu.

## 1 ÚVOD

Problém časová koordinace spojů v přestupních uzlech se objevuje v každém druhu dopravy. Diplomová práce bude zaměřena na část časové koordinace, která se zabývá minimalizací časových ztrát cestujících na tranzitních letištích při zachování plynulosti toku letecké dopravy.

Struktura předložené diplomové práce bude vycházet z definovaných cílů, jejichž naplnění je hlavní náplní práce.

První část diplomové práce se bude zabývat analýzou současného stavu z pohledu problematiky přidělování slotů v letecké dopravě a to jak přidělováním slotů od CFMU tak i přidělováním letištních slotů. Další část této kapitoly bude zahrnovat obecné principy organizace letového provozu v CTR, které budou zaměřeny na vybrané fáze letu a to konkrétně přílety a odlety letadel, které mohou mít přímý vliv na výsledek časové koordinace.

Druhá část diplomové práce se bude zabývat teoretickými východisky řešení daného problému. V této části budou definovány obecné zásady tvorby modelů v matematickém programování a uvedeny důvody pro použití matematického programování pro řešení navržených modelů. Druhá část diplomové práce bude dále zaměřená na popis existujících modelů pro časovou koordinaci spojů.

V třetí části diplomové práce bude realizován návrh modelů pro vybrané situace, ve kterých je nutno časovou koordinaci spojů na tranzitních letištích provést. Pro každý vytvořený matematický model bude formulován jednoduchý příklad a to z toho důvodu, aby se ověřila jeho správná funkčnost. Po ověření správné funkčnosti matematických modelů bude provedena realizace výpočetních experimentů na úloze většího rozsahu a následné zhodnocení průběhu řešení.

## **2 OBECNÉ ZÁSADY ORGANIZACE LETOVÉHO PROVOZU**

Časové polohy letů jsou plánovány v závislosti na tzv. slotech. Obecně lze pojem slot definovat jako časovou polohu, která je určena pro vzlet nebo přistání letadel. V současné době se rozlišují 2 typy slotů a to:

- a) slot, který je také nazýván CTOT (přidělený čas pro vzlet) a je přidělován od CFMU (Centrální středisko organizace toku),
- b) letištní slot, který je přidělován provozovatelem letiště jednotlivým letům.

Kapitola věnována obecným zásadám organizace letového provozu se bude zabývat obecným popisem problematiky přidělování slotů v letecké dopravě a to jak přidělováním slotů od CFMU tak i přidělováním letištních slotů. Dále zde budou popsány obecné principy organizace letového provozu v CTR (řízený okresek), což se časové koordinace spojují na tranzitních letištích bezprostředně dotýká.

### **2.1 Přidělování slotů od CFMU**

CFMU je evropský orgán, který dohlíží a koordinuje uspořádání a řízení toku letového provozu ve vzdušném prostoru 33 států ECAC (Evropská konference civilního letectví). Základním cílem CFMU je vyvíjet a zajišťovat co možná nejvyšší úroveň kvality služeb řízení toku při současném sledování zájmů uživatelů. Zároveň musí být jeho činnost v souladu se základními principy, kterými jsou pro ATS (letové provozní služby):

- a) distribuce dat souvisejících s letovým plánem,
- b) efektivní využívání dostupné kapacity,
- c) rovnoměrnost toku,
- d) záruka ochrany proti přetížení jednotlivých sektorů.

Z funkčního hlediska je možné CFMU považovat za složitý systém, složený z pěti dílčích systémů:

- a) IFPS – systém pro zpracování letových plánů,
- b) STRAT – systém strategických činností,
- c) ENV – systém pořadí ATS,
- d) ARC – archivační systém,

e) TACT/CASA – systém taktických činností/počítačové přidělování slotů.

Funkce celého systému se postupně vyvíjely a jsou od počátku existence CFMU neustále zdokonalovány.

Činnost systému CFMU se dá obecně rozdělit do třech fází a to:

- a) strategická,
- b) předtaktická,
- c) taktická.

Strategická fáze začala být uváděna v činnost přibližně v roce 1991 a to vydáváním denních ATFM (organizace toku leteckého provozu) zpráv, které nahradily dřívější informace rozesílané jednotlivým FMU (střediska uspořádání a řízení toku letového provozu). V této době začal také vývoj výkonného počítačového systému, potřebného k:

- a) centrálnímu zpracování letových plánů,
- b) monitorování vývoje poptávky a nabídky,
- c) regulování provozu předělováním časových slotů pro vzlet.

Úkolem strategických činností je včasné odhalování velkých převisů poptávky po vzdušném prostoru nad kapacitou jednotlivých oblastí a plánování regulačních a nápravných opatření jako je např. tvorba alternativních tratí, příprava strategického plánu toků letového provozu, koordinace s dopravci atd.

Začátek předtaktické fáze se datuje přibližně na rok 1994. V tomto roce také došlo k přestěhování CFMU do účelově postaveného střediska EUROCONTROLu v Bruselu. Hlavním úkolem předtaktické fáze je zahrnout poslední změny v datech o prostředí a operativně využít provozních zkušeností z předchozích dnů na základě přímé koordinace s pracovištěm pro uspořádání toku letového provozu a některých statistických výpočtů.

Taktické operace se začaly rozvíjet jako poslední v roce 1995, kdy CFMU převzalo řízení toku letového provozu nad Francií a Švýcarskem. Postupně přebíralo řízení toku letového provozu v celé oblasti států ECAC. V taktické fázi dochází k uplatnění dlouhodobě připravovaného ATFM plánu, který se však většinou neshoduje s reálnou situací a to ani v případě pečlivého a správného plánování v strategické a předtaktické fázi.

Z tohoto důvodu dochází k přímé on-line koordinaci mezi pracovištěm pro uspořádání toku letového provozu a CFMU[1].

Data, která vstupují do systému CFMU, se dají obecně rozdělit na letová data a data o prostředí. Obě skupiny vstupních dat jsou na sobě závislé a dohromady tvoří jeden celek, po jehož zpracování je vytvořena prognóza provozu a následně jsou přijata opatření, která zvyšují propustnost vzdušného prostoru a plynulost toku letového provozu. Letová data zahrnují letové plány a to jak sezónní, stálé, tak i podávané přímo pilotem.

Letová data se rozdělují dle druhu na:

- a) plánovaná letová data,
- b) stálé letové plány,
- c) podané letové plány.

Plánovaná letová data zahrnují letové řády připravované jednotlivými dopravci. Protože příprava letových řádů je dlouhým a složitým procesem, dochází k jejich přípravě s velkým časovým cca jednoročním předstihem. Obecně totiž platí, že každý dopravce se snaží o získání atraktivních destinací v co možná nejvýhodnějších časech. Letový řád se začíná připravovat přibližně s jednoročním předstihem. Letový řád je připravován ve formě tzv. IATA-draftu, který je následně předložen na IATA konferenci, kde také probíhá vyjednávání mezi společnostmi a dochází ke koordinaci původních obchodních záměrů leteckých společností. Upravený IATA-draft, který je výstupem z IATA konference, je přehodnocen managementem společnosti a vytvořen do finální podoby zvané FINAL-draft.

Stálé letové plány se vyhotovují pouze pro IFR lety, které jsou provozovány pravidelně ve stejný den po dobu nejméně deseti po sobě následujících týdnů nebo každodenně po dobu nejméně deseti po sobě následujících dnů. Stálé letové plány vznikají na základě vydaných letových řádů, popřípadě na základě konečného FINAL-draftu. Na rozdíl od plánovaných letových dat obsahují stálé letové plány již veškeré údaje o letu včetně plánované trati, rychlosti, letové hladiny atd. Připravené stálé letové plány se zavedou a jsou uchovávány v databázi CFMU a automaticky se aktivují v daný den účinnosti.

Podané letové plány jsou nejaktuálnější verzí letových plánů. Do systému CFMU se dostávají buď vygenerováním letového plánu ze stálého letového plánu a to 20 hodin před plánovaným předpokládaným časem začátku poježdění (EOBT) nebo přímým zasláním letového plánu provozovatelem nebo pověřeným stanovištěm. Letový plán může být předložen buď manuálně, prostřednictvím sítě AFTN nebo telefonicky.

Data o prostředí jsou důležitá z hlediska funkčnosti celého systému. Zahrnují např. tratě letových provozních služeb, SID, STAR, atd. Kvalita výstupních dat, respektive kvalita řízení toku, je přímo závislá na kvalitě vstupních dat. Data o prostředí jsou čerpána od dopravců, středisek řízení letového provozu, z národních AIP a ze zaslaných letových dat[1].

Jak již bylo uvedeno, systém CFMU je složený z pěti dílčích systémů. Diplomová práce se bude zabývat pouze systémem taktických činností a počítačového přidělování slotů TACT/CASA, protože ostatní systémy se problematiky diplomové práce přímo netýkají.

#### 2.1.1 Systém taktických činností a počítačové přidělování slotů TACT/CASA

Systém taktických činností TACT je výkonnou jednotkou celého CFMU a je i částečně užíván v předtaktickém plánování např. při publikování zpráv, které se týkají plánu operace pro taktickou fázi. Systém obsahuje algoritmus počítačového přidělování slotů CASA, který zajišťuje konečnou regulaci letového provozu pomocí přesměrování a hlavně přidělování slotů. Zdrojem dat TACT je systém pro zpracování letových plánů IFPS, systém strategických činností STRAT, systém pořadí letových provozních služeb ENV a archivační systém ARC.

Mezi základní funkce systému TACT patří:

- a) zpracování dat o prostředí,
- b) udržování aktuálních letových dat,
- c) výpočet čtyřrozměrného profilu letu,
- d) kalkulace zatížení vzdušného prostoru,
- e) přeplánování tratí,
- f) zobrazení informací,
- g) komunikace s provozovateli,
- h) počítačové přidělování slotů CASA.



Zpracování dat o prostředí zajišťuje kontinuální přístup k aktuálním datům o prostředí letových provozních službách, jako jsou např. údaje o letištích, tratích, sektorech a kapacitách letišť. Důležitými údaji dynamického charakteru jsou aktuální dráhy v používání.

Získávaná aktuální letová data ze systému strategických činností, která jsou uplatňována pro dlouhodobé plánování, se v systému TACT propojují s aktuálními daty, které se týkají letových plánů ze systému pro zpracování letových plánů. Pro každý let je v systému TACT kalkulována jeho trajektorie a v závislosti na čase a výšce.

Kalkulace zatížení vzdušného prostoru představuje, že pro každý bod letiště nebo skupinu letišť je monitorováno zatížení, což představuje činnosti, kdy je plánovaný rozsah provozu porovnáván s kapacitou. Zatížení je vyjadřováno počtem letadel za hodinu, které vstupují do oblasti, přelétávají bod, startují nebo přistávají na letišti, nebo které jsou součástí definovaných toků.

Systém TACT disponuje určitými algoritmy, které jsou schopny simulovat důsledky přeplánování některých letů. V případě, že výsledkem přeplánování je snížení zátěže určité oblasti, je navrženo přeplánování tratí pro individuální lety nebo celé skupiny letů.

Zobrazení informací je možno uskutečnit prostřednictvím terminálů na pracovištích pro uspořádání toku letového provozu a dále je možno poskytnout k posouzení všem zainteresovaným uživatelům. Dále lze manuálně ovlivňovat funkce systému vkládáním různých parametrů a požadavků ze strany uživatelů.

Další důležitou funkcí systému TACT je komunikace s provozovateli. Systém TACT disponuje s mechanismy, které umožňují komunikaci s uživateli pomocí zpráv o přidělení nového slotu, o opravě již přiděleného slotu atd. K zajištění možnosti přímého spojení jsou v systému uchovávány potřebné adresy uživatelů.

Počítačové přidělování slotů CASA se děje prostřednictvím algoritmu, který je uváděn do funkce manuálně manažerem systému. Algoritmus určuje, které lety z naplánovaného provozu budou předmětem regulace. Systém TACT potom vybere všechny lety, kterých se regulace týká a poskytne je algoritmu CASA k distribuci letů.

Systém CASA je automatizovaný proces, který je aktivovaný systémem TACT v případě, že požadavky na využívání vzdušného prostoru převyšují jeho kapacitu. Systém pak automaticky reguluje provoz vydáváním časových intervalů pro vzlet. V první fázi dochází k dohodě mezi pracovištěm pro uspořádání letového toku a pracovníky systému TACT v oblastech, ve kterých bude nezbytné provádět regulaci toku letového provozu. V další fázi systém TACT aktivuje opatření a definuje čas začátku a konce regulace, popisuje regulovanou oblast, vstupující a vystupující toky atd. V tomto okamžiku je také aktivován systém CASA, jehož činnosti se skládají z[1]:

- a) seznamu předdělených slotů,
- b) předběžného přiřazení slotů,
- c) postupů zlepšení slotů,
- d) stavu přidělení slotů.

Seznam přidělených slotů se stanoví pro každý regulovaný bod, oblast nebo letiště na základě informací o jeho kapacitě. Seznam je vytvořen v řádkovém uspořádání a je na počátku přidělování slotů prázdný. Jeden řádek seznamu představuje časovou mezeru vzniklou na základě informace o kapacitě dodané ze systému prostředí letových provozních služeb. Pro pochopení může být uveden příklad, kdy např. bod ABC má hodinovou kapacitu 30 letadel, v případě že tvoříme pro tento bod seznam přidělených slotů na tři hodiny, bude mít 90 řádků a jeden řádek bude představovat slot v délce dvě minuty.

Předběžné přiřazení je fáze, ve které jsou do jednotlivých pozic na základě vypočítané trajektorie letu přiřazována letadla a to v pořadí, v jakém by nad daným bodem či sektorem prolétla bez omezení, které je způsobené opatřením organizace toku leteckého provozu. Systém přiřazování pracuje v režimu FIFO (“první plánován-první obslužen“), který akceptuje pořadí, v jakém ke zpracování jednotlivé letové plány přicházejí. Tato metoda se týká pouze letů, pro které byl správně podán letový plán do doby minus 3 hodiny před předpokládaným časem začátku poježdění. V případě, že provozovatelé nedodrží stanovený limit, je jejich let zařazen až na konec fronty letů. Každému letu je na základě zprávy podaného letového plánu nebo stálého letového plánu přiřazen předběžný slot na odlet podle předpokládaného času přeletu regulovaného místa. V případě, že dojde k situaci, že potřebné časové pole je již obsazeno jiným letadlem, je nalezeno nejbližší volné pole a čas odletu pro daný let musí být přepočítán.

Postupy zlepšení slotu se aktivují v případě, když systém CASA přijme od provozovatele zprávu o zrušení letu. V tomto případě uvolněný slot postupuje ihned ostatním letům a může jim nabídnout zlepšení původně přiděleného slotu. Z tohoto důvodu je v zájmu leteckých provozovatelů co nejdříve zrušit letové plány na lety, které se neuskuteční.

Stav přidělení se aktivuje v čase předpokládaného času začátku poježdění minus 2 hodiny, v této době se prozatímní slot, který byl předběžně stanoven, mění na slot pevně přiřazený pro daný let. Tento čas se nazývá časem vydání slotu a je jím ukončena fáze předběžného přiřazení. Provozovateli a službě řízení letového provozu je zaslána zpráva o přidělení nového slotu. S vysláním této zprávy se mění prozatímní čas provizorního času vzletu na vypočtený čas odletu CTOT, neboli čas, ve kterém provozovatel musí uskutečnit vzlet s tolerancí CTOT -5/+10 minut.

Přidělený slot nemůže být využit jiným letem. V případě, že provozovatel zjistí, že přidělený slot již nestihne, zruší jej a zažádá o pozdější termín. Na druhou stranu let připravený ke startu dříve, může požádat o zlepšení slotu, nebo mu bude tato možnost přímo nabídnuta zprávami o návrhu na zlepšení slotu nebo o opravě již přiděleného slotu. S vysláním zprávy o přidělení nového slotu se totiž automaticky aktivuje systém, který vyhledává výhodnější časovou mezeru. Tyto změny mohou probíhat až do doby, která se označuje SIT2, což představuje dobu minus 30 minut od předpokládaného času začátku poježdění. Po uplynutí této doby by nemělo dojít k žádné změně vypočteného času odletu. Dobu SIT2 však lze změnit zprávou RM o letu, který je připraven ke vzletu[1].

Sloty přidělované CFMU slouží k nepřekročení dané kapacity toku letového provozu a jsou přidělovány ze třech základních důvodů:

- a) velká hustota na odletovém letišti,
- b) velká hustota na trati,
- c) velká hustota na cílovém letišti.

Kromě těchto slotů jsou přidělovány tzv. letištní sloty, které jsou popsány v následující části.

## 2.2 Letištní sloty a slotová koordinace

Velikost kapacitních omezení letišť se s technickými parametry jednotlivých letišť mění. Z tohoto důvodu byly vytvořeny tři kategorie letišť:

- a) nekoordinované letiště – u těchto letišť nedochází k překračování kapacitních limitů ani ve špičkových obdobích,
- b) částečně koordinované letiště – u těchto letišť se poptávka blíží kapacitě letiště a v některých obdobích může dojít k jejímu dočasnému překročení. Tato situace se řeší buď částečnou regulací, nebo dohodou mezi leteckými společnostmi při plánování provozu,
- c) plně koordinované letiště – u těchto letišť není možné vyřešit kapacitní problémy v krátkodobém časovém horizontu, proto se přistupuje k určitému mechanismu přidělování volných letištních časů uživatelům letiště.

Letištní slot, také nazývaný volný letištní čas, je čas přistání nebo vzletu, který je k dispozici, nebo který je přidělen pohybu letadla na určitý den na mezinárodním veřejném letišti. Tento proces umožnil, aby v určitých částech dní ročních období, nebo po celou dobu provozu letiště, byly uživatelům letiště k dispozici všechny požadované služby ve stanoveném čase. Trvale rostoucí složitost leteckého provozu pak vedla až k zavedení slotové koordinace. Základní podmínky slotové koordinace v České republice upravuje zákon č. 49/1997 Sb., o civilním letectví a zákon č. 455/1991 Sb., o živnostenském podnikání ve znění pozdějších předpisů[2].

V roce 1993 bylo ve věci letištních slotů vydáno Nařízení Rady EU 95/93 o obecných pravidlech přidělování slotů na letištích Společenství, jehož základním cílem je usnadnění konkurence, podpora podmínek vstupu na letecký trh Společenství, vytvoření neutrální, transparentní a nediskriminační základny pro přidělování slotů a podpora využívání letištní kapacity. V roce 2008 schválila Evropská komise sdělení, na základě kterého se nezakazuje tzv. sekundární obchodování se sloty, což představuje výměnu slotů na základě peněžní kompenzace. Důsledkem tohoto sdělení je uzavření tzv. šedého trhu sekundárního obchodování se sloty, avšak na druhé straně se může snaha získat slot v rámci konkurence stát velmi drahou záležitostí.

Jelikož jak již bylo uvedeno, Evropská komise požaduje, aby přidělování slotů probíhalo neutrálním, nediskriminačním a transparentním způsobem, zřizuje se na letištích funkce koordinátora letištních slotů. Koordinátorovi pomáhá koordináční výbor, který plní funkci poradního orgánu. Členy výboru mohou být zaměstnanci leteckých dopravců, kteří používají letiště pravidelně nebo jejich zastupujících organizací, zaměstnanci příslušných letištních orgánů a zástupci řízení letového provozu. Stejný koordináční výbor může být zřízen pro více než jedno letiště. Úkolem koordináčního výboru je vydávat stanoviska k:

- a) možnostem zvýšení kapacity letiště nebo skupiny letišť,
- b) způsobům zlepšení provozních podmínek na daném letišti,
- c) stížnostem na přidělení letištních slotů,
- d) zásadám pro přidělování letištních slotů s ohledem na místní podmínky atd[9].

Proces přidělování letištních slotů probíhá následovně. Žádost o přidělení letištních slotů zasílá letecká společnost slotovému koordinátorovi letiště písemně ve stanoveném termínu. Žádost se podává ve formátu SCR (Slot Clearance Request) podle standardů IATA. Žádost musí obsahovat:

- a) obchodní jméno dopravce,
- b) sídlo,
- c) typ letadla, které bude v rámci přiděleného slotu operovat,
- d) sedačkovou kapacitu,
- e) požadované datum nebo období,
- f) dny provozu,
- g) předpokládaný čas vzletu ETD, předpokládaný čas přistání ETA,
- h) předcházející letiště vzletu nebo následující letiště přistání,
- i) účel letu.

Proces přidělování slotů probíhá pro každou sezónu podle stejných kroků. Do pevně stanoveného termínu zašlou letecké podniky koordinátorovi požadavky na sloty, ve kterých zamýšlejí v sezóně na daném letišti operovat. Podle termínu přijetí požadavků přiděluje koordinátor jednotlivým požadavkům odpovídající prioritu. Ve stanoveném termínu pak koordinátor obdržené požadavky vyhodnotí a sestaví předběžný letový plán pro účely slotové koordinace.

Mezi pravidla slotové koordinace patří nezpлатnění přiděleného slotu leteckému podniku, a určení posloupnosti priorit, podle kterých se sloty přidělují. Všeobecně je používáno pořadí:

- a) pravidelná letecká doprava,
- b) plánovaná nepravidelná letecká doprava,
- c) nepravidelná obchodní letecká doprava,
- d) lety všeobecného letectví,
- e) armádní a státní lety.

Významným parametrem slotové koordinace je tzv. historické právo. Toto právo umožňuje leteckému podniku, aby si ponechal sloty, které využíval v odpovídajícím předchozím provozním období. Podmínkou tohoto práva je, že podnik musí operovat minimálně se 75 % slotů ze všech přidělených slotů. Historické právo bohužel omezuje požadavky leteckých podniků, které vstupují nově na trh s kapacitně omezenými letišti.

V souvislosti s rozdílnou situací na kapacitně přetížených letištích se začínají používat tzv. přístupy využij nebo ztrať, podle kterých letecké podniky ztrácí přidělený slot v případě, že jej po určitou dobu nevyužívají. Dalším přístupem je výměna slotů podle tzv. pravidla jeden za jeden. S liberalizací podnikání na slotovém trhu vznikají další možnosti pro získání slotů např. nákup, prodej, aukce slotů nebo kombinace uvedených možností.

Na každém koordinovaném letišti se zřizuje tzv. slotový fond, který obsahuje nově vytvořené sloty, nevyužité sloty, nevyužité nebo odebrané sloty leteckým podnikům. V provozním období informuje koordinátor o situaci tzv. dokumentem Oznámení o letištní kapacitě – NAC Chart. Primárním prvkem komunikačního systému je teletextová síť SITATEX (v současné době i internet) a software pro zpracování slotové koordinace SCORE, který také graficky zobrazuje vytíženost všech limitujících činitelů letiště.

Systém distribuce slotových informací je součástí průběžné komunikace během roku mezi leteckými společnostmi a koordinátorem. V případě vzniku určité nepravidelnosti jako např. zpoždění, změně nebo zrušení letu, je nutné o všech změnách koordinátora informovat a ten musí přijatou zprávu potvrdit. Uvedené informace se předávají formou provozních zpráv, které jsou posílány pomocí výše uvedené sítě SITATEX.

V případě konfliktní situace, např. je požadován stejný slot více leteckými podniky, se řešení provádí na mezinárodní úrovni dvakrát za rok na Konferenci o letových řádech, kterou koordinuje IATA. Výsledkem koordinační konference je vytvoření finální podoby letových řádů podniků letecké dopravy a letových plánů letišť tak, aby byla splněna kapacitní omezení a aby se zabránilo vzniku neúměrných zpoždění[2].

S časovou koordinací na tranzitních letištích souvisí nejen proces přidělování slotů, který byl již popsán, ale také obecné principy organizace letového provozu v CTR, které budou definovány v podkapitole 2.3.

## **2.3 Obecné principy organizace letového provozu v CTR**

Pro zajištění plynulého toku letového provozu jsou pro jednotlivá letiště stanoveny standardní postupy pro odlety letadel. Tyto postupy jsou nazývány standardní odletové tratě SID. SID v sobě zahrnují především kritéria pro zajištění výšek nad překážkami a požadavky na vzájemné zajištění rozestupů mezi letadly. Startující letoun přechází do standardní odletové tratě v situaci, kdy letadlo dosáhne po vzletu výšky 5 m, obecně potom přechází do standardní odletové tratě na konci RWY. Standardní odletové tratě končí na letové cestě nebo na trati prostorové navigace RNAV.

Při stanovení standardních odletových tratí, se přihlíží k:

- a) významným překážkám a konfiguracím terénu v blízkosti letiště,
- b) požadavkům služby řízení letového provozu na zajištění rozestupů mezi letadly v řízeném prostoru,
- c) požadavkům na omezení hluku,
- d) lokalizaci radionavigačních prostředků.

Tratě jsou stanovovány tak, aby lety v nich byly co nejméně ovlivněny překážkami v okolí letiště bez nutnosti stanovování požadavků na strmější stoupání bezprostředně po vzletu. Jedním ze způsobu, jak toho dosáhnout, je např. stanovení zatáčky po vzletu nebo vybočení letadla z osy dráhy.

Při stanovování standardních odletových tratí je třeba počítat se směřováním příletových tratí pro zajištění rozestupů mezi přilétávajícími a odlétávajícími letadly. Aby bylo možno

zkrátit intervaly mezi jednotlivými odlety a zvýšit tak propustnou výkonnost (kapacitu) letiště, může být pro jeden odletový směr stanoveno více odletových tratí.

Celá řada letišť je umístěno v blízkosti hustě osídlených nebo jiných míst, kde existují požadavky na omezení hluku. Odletové tratě je proto nutné směřovat tak, aby tato místa nebyla přelétávána v malých výškách s plným výkonem motoru. Pro mnohé odletové tratě jsou proto stanoveny speciální protihlukové postupy, ve kterých se nachází např. stanovení výška, v níž je možno provádět akceleraci letounu, zasouvání mechanizace křídel, atd.

Standardní odletové tratě musí být stanoveny tak, aby byly jednoznačně a v mezích možností definovány s využitím pozemních radionavigačních zařízení.

Odletové postupy musí být stanoveny zvlášť pro každou dráhu, na které se očekává použití odletů podle přístrojů a postupy musí být zpracovány pro kategorie letadel, pro které jsou zpracovány i příletové postupy daného letiště. Stanovení standardních odletových tratí předpokládá chod všech motorů letadel a minimální gradient stoupání 3,3%, který se také nazývá návrhový gradient stoupání. Obecně jsou rozeznávány dva typy standardních odletových tratí:

- a) přímý odlet,
- b) odlet se zatáčkou.

Za přímý odlet se považuje situace, kdy se počáteční trať odletu neodchyluje o více než 15° od směru osy dráhy. Nejpozději do 20 km od konce dráhy musí pilot získat radionavigační informaci a dodržet předepsanou trať, aby se nacházel v daném ochranném prostoru odletové tratě. V případě, že se vyskytnou překážky, které ovlivňují trať odletu, vyhlásí se navrhovaný gradient stoupání větší než 3,3% až do výšky a vzdálenosti, kdy gradient stoupání 3,3% může být splněn. V případě, že je zvýšený gradient stoupání nad výškou 60 m, musí být uveden na mapě standardních odletových tratí.

Postup při odletu se zatáčkou se vyžaduje v případě, že trať odletu vyžaduje zatáčku o více než 15°. Zatáčky mohou být stanoveny buď v určité výšce, nebo v určitých bodech. Zatáčky bývají stanoveny z následujících důvodů:

- a) nutnost vyhnout se překážce, která se nachází ve směru přímého odletu,



- b) jiná překážka, která musí být přeletěna po zatáčce s dostatečnou výškovou rezervou a je umístěna na boku tratě přímého odletu,
- c) vyžadují-li to postupy řízení letového provozu.

Standardní odletové tratě jsou publikovány v leteckých informačních příručkách jednotlivých států a v letecké dokumentaci servisních společností, např. firmy Jeppesen. Každá standardní odletová trať má v těchto příručkách graficky znázorněnou svou horizontální situaci a textový popis. V případě větší horizontální členitosti bývá na jedné mapě znázorněna skupina odletových tratí z jedné dráhy do jednoho převládajícího směru. Při jednodušších, např. přímých odletech, mohou být na jedné mapě zaznačeny odletové tratě pro oba směry jedné dráhy, popřípadě odlety ze všech drah na daném letišti. Na mapě jsou dále uvedeny všechny informace, které se týkají požadavků na gradient stoupání, rychlosti, úhlu náklonu v zatáčkách atd[1].

Každá odletová trať má své označení, které je složené ze čtyř částí:

- a) místo, v němž odletová trať končí, např. VOR/DME atd.
- b) číselný index, který se mění v případě, když dojde ke změně navigačních údajů na dané odletové trati,
- c) písmeno, respektive slovo hláskovací abecedy, které představuje směrování tratě,
- d) označení DEPARTURE, které vyjadřuje, že se jedná o odletovou trať.

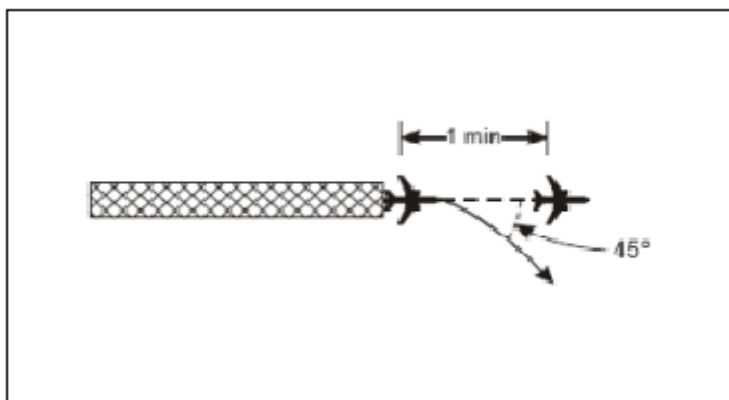
### 2.3.1 Rozestupy mezi odlétávajícími letadly

Odlety letadel se musí povolovat v pořadí, ve kterém jsou letadla připravena ke vzletu. Výjimku může tvořit situace, kdy má být dosaženo maximálního počtu odletů, s nejmenším průměrným zdržením. Faktory, které by měly být brány v úvahu ve vztahu k pořadí na odlet, jsou následující:

- a) typy letadel a jejich výkony,
- b) použití standardní odletové tratě po vzletu,
- c) jakýkoli stanovený minimální odletový interval mezi vzlety,
- d) minimální rozestup podle turbulence v úplavu,
- e) letadla, kterým by měla být dána přednost,
- f) letadla, která jsou předmětem ATFM požadavků.

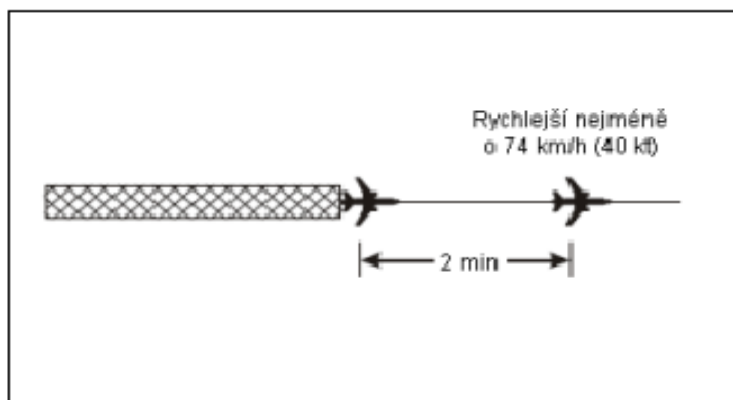
Konkrétní rozestupy mezi odlétávajícími letadly jsou následující[7]:

- a) rozestup jedna minuta, v případě, že po sobě statující letadla mají letět po tratích rozbíhajících se nejméně o 45 stupňů ihned po vzletu tak, aby byl zajištěn příčný rozestup, viz obr. č. 2.1,



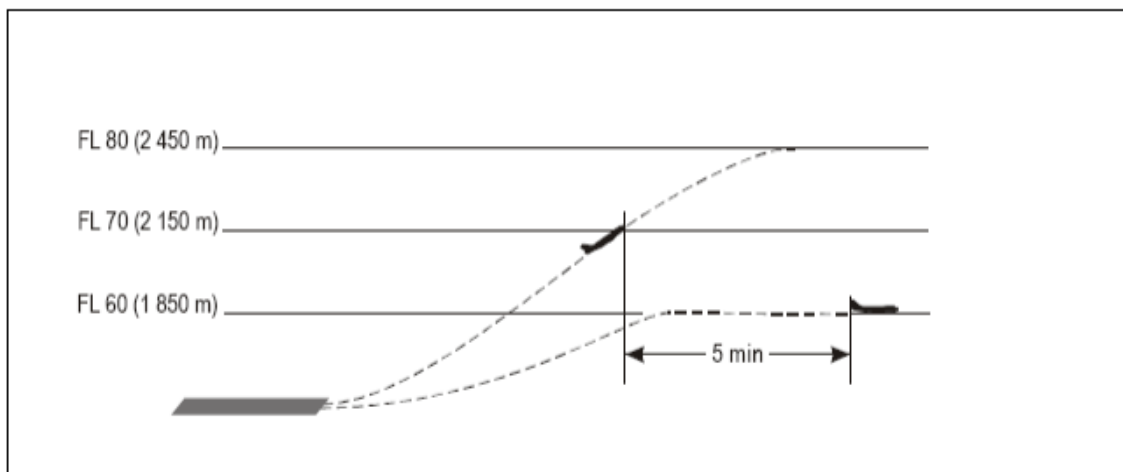
Obr. č. 2.1 Situace a) [7]

- b) rozestup dvě minuty v případě, že letadlo vpředu je nejméně o 74 km/h (40 kt) rychlejší než letadlo vzadu a obě letadla poletí po stejné trati, viz obr. č. 2.2,



Obr. č. 2.2 Situace b) [7]

- c) rozestup pět minut po dobu, kdy není zajištěn vertikální rozestup, jestliže odlétávající letadlo bude prolétávat hladinou letadla vpředu a obě letadla plánují letět po stejné trati. V tomto případě se musí provést opatření, aby se zajistilo, že rozestup pět minut bude udržován nebo zvětšován po dobu, kdy není zajištěn vertikální rozestup, viz obr. č. 2.3.



Obr. č. 2.3 Situace c) [7]

### 2.3.2. Přilet

Přiletová trať je první část přiblížení, která přivádí letadlo z tratě letových provozních služeb do bodu počátečního přiblížení. Přiletová trať předurčuje dráhu v používání a je přidělována oblastní službou řízení. Přiletové tratě jsou na rozdíl od úseků počátečního, středního, konečného a nezdařeného přiblížení, které jsou publikovány na přibližovacích mapách, publikovány na mapách STAR.

Rychlost na přiletové trati není přímo omezena předpisem, ale ve většině oblastí je rychlost pod FL100 obecně omezena maximální hodnotou 250 kt. V některých případech bývají na přiletových tratích vytvořeny další rychlostní omezující body, na nichž je stanovena maximální rychlost pro jejich přelétnutí. Tyto body mají buď trvalou platnost, nebo bývají vyhlášovány aktuálně podle potřeby, tzn. podle hustoty provozu. Každá přiletová trať má své označení, které je složené ze čtyř znaků, kde:

- a) první znak značí počátek přiletové tratě,
- b) druhý znak představuje číslo 0 až 9 a označuje aktuálně platnou trať. Při změně navigačních údajů se hodnota zvýší o jedno číslo,
- c) třetí znak představuje slovo, které odpovídá písmenu abecedy, které označuje směrování tratě,
- d) čtvrtý znak je označení ARRIVAL, které vyjadřuje, že se jedná o přiletovou trať.

Další fází přiletu letadla na cílové letiště je fáze přiblížení, která následuje po opuštění příletové tratě, a skládá se ze 4 částí:

- a) úseku počátečního přiblížení,
- b) úseku středního přiblížení,
- c) úseku konečného přiblížení,
- d) úseku nezdařeného přiblížení.

Úsek počátečního přiblížení začíná v bodě IAF (bod počátečního přiblížení) a končí v bodě IF (bod středního přiblížení). Účelem úseku počátečního přiblížení je přivést letadlo z příletové trati na trať konečného přiblížení. Úsek počátečního přiblížení je přesně stanovena a popsána navigačními údaji z dostupných radionavigačních prostředků. Úsek počátečního přiblížení může být vytvořen např. postupem racetrack, radiálem VOR (všesměrový maják) atd. Požadavkem je, aby poslední směr úseku počátečního přiblížení svíral s tratí konečného přiblížení úhel menší než  $90^\circ$  u přesných přiblížení a  $120^\circ$  u přístrojových přiblížení. Jeho optimální hodnota činí  $30^\circ$ .

Úsek středního přiblížení je úsek mezi bodem IF a bodem FAF (bod konečného přiblížení). Účelem tohoto úseku je příprava na poslední fázi letu, tj. klesání v úseku konečného přiblížení a přistání. V bodě konečného přiblížení by mělo být letadlo v plné přistávací konfiguraci, tzn. s vysunutým podvozkem a mechanizací křídla na přistání. V běžném provozu se tento požadavek dodržuje pouze u přístrojových přiblížení. V případě přesného přiblížení je používán tzv. decelerate approach, což znamená postup snižování rychlosti, vysouvání podvozku a mechanizace křídel až v průběhu klesání v úseku konečného přiblížení. Délka úseku středního přiblížení není jednoznačně stanovena.

V závěrečné fázi letu, ve které letadlo klesá na přistání, je absolvován úsek konečného přiblížení. V případě, že pilot letadla získá požadované vizuální reference, provádí přistání, v opačném případě provádí postup pro případ nezdařeného přiblížení. V případě přesného nebo přístrojového přiblížení začíná úsek konečného přiblížení v bodě FAF a končí v bodě MAPt (bod nezdařeného přiblížení). U vizuálního přiblížení a přiblížení okruhem je úsekem konečného přiblížení trať po čtvrté zatáčce do přistání. Maximální vzdálenost bodu FAF od prahu dráhy je 10 NM. V rámci tohoto úseku probíhá klesání do stanovené výšky a rozhodnutí posádky, zda má provést přistání nebo postup nezdařeného přiblížení.

Úsek nezdařeného přiblížení začíná v bodě MAPt. V případě, že pilot ve fázi konečného přiblížení do bodu MAPt nezíská potřebný vizuální kontakt, musí provést postup nezdařeného přiblížení. Celý úsek nezdařeného přiblížení je rozdělen do 3 částí[1]:

- a) počáteční fáze – úsek ohraničený body MAPt a SOC (začátek stoupání), během kterého je letadlo převedeno z režimu klesání do režimu stoupání na bezpečnou výšku nad překážkami,
- b) střední fáze – fáze, která začíná v bodě SOC a končí v bodě TP (bod točení). Během této fáze letadlo stoupá a udržuje přímý směr,
- c) konečná fáze – fáze, která začíná v bodě TP a končí na stanoveném bodě, od kterého se může začít nové přiblížení, vyčkávání nebo let na náhradní letiště.

### 2.3.3 Rozestupy mezi přilétávajícími a odlétávajícími letadly

Rozestupy se musí uplatňovat v případě, že povolení ke vzletu je založeno na poloze přilétávajícího letadla. Provádí-li přilétávající letadlo úplné přístrojové přiblížení, odlétávající letadlo může vzlétnout:

- a) v kterémkoliv směru až do doby, dokud přilétávající letadlo nezahájí předpisovou zatačku nebo základní zatačku vedoucí na konečné přiblížení,
- b) ve směru odchýleném nejméně o  $45^\circ$  od obráceného směru přiblížení poté, co přilétávající letadlo zahájilo předpisovou nebo základní zatačku vedoucí na konečné přiblížení. Tato situace může vzniknout pouze za předpokladu, že vzlet bude proveden nejméně tři minuty před vypočítaným příletem letadla nad začátek přístrojové dráhy

V případě, že přilétávající letadlo provádí přímé přiblížení, smí odlétávající letadlo vzletět[7]:

- a) v kterémkoliv směru, nejpozději pět minut před vypočítaným příletem letadla nad přístrojovou dráhu,
- b) ve směru odchýleném nejméně o  $45^\circ$  od obráceného směru přiblížení přilétávajícího letadla a to buď nejpozději tři minuty před vypočítaným příletem letadla nad začátkem přístrojové dráhy, nebo dříve než přilétávající letadlo přeletí stanovený fix na trati.

## 2.4 Shrnutí

Kapitola 2 byla věnována obecné problematice přidělování slotů spojům a problematice organizace vzletů a přistání letadel na letištích. Stanovené sloty vzniklé při dodržení výše uvedených pravidel jsou vstupními údaji do matematických modelů časové koordinace, které budou podrobně rozebrány v následujících kapitolách diplomové práce. Protože existující matematické modely časové koordinace spojů jsou řešeny s využitím matematického programování, je zapotřebí nejdříve uvést několik obecných informací věnovaných této disciplíně aplikované matematiky.

### 3 TEORETICKÁ VÝCHODISKA ŘEŠENÍ

#### 3.1 Obecné zásady tvorby modelů v matematickém programování

Předmětem matematického programování je sestava a řešení matematických modelů reálných situací, které se vyskytují ve všech oborech a oblastech běžného života. Každý matematický model v matematickém programování má závaznou strukturu – je složen ze dvou základních částí:

- a) soustavy omezujících podmínek,
- b) účelové funkce.

Úkolem soustavy omezujících podmínek je vymezení množiny přípustných řešení. Přípustným řešením je každé řešení splňující všechny omezující podmínky. Omezující podmínky jsou dvojího typu:

- a) strukturální, které vyjadřují vztah proměnných k ostatním hodnotám nebo vytvářejí vazby mezi jednotlivými rozhodnutími,
- b) obligatorní, které specifikují definiční obory proměnných, které v dané úloze modelují jednotlivá rozhodnutí.

Úkolem účelové funkce je kvantifikovat hodnotu přípustného řešení z pohledu optimalizované veličiny.

Řešení úlohy probíhá pomocí následujícího principu. Nejprve je sestavena množina přípustných řešení a následně je v rámci této množiny vyhledáno přípustné řešení, u kterého je hodnota účelové funkce buď minimální, nebo maximální (extrém), typ extrému závisí na povaze optimalizované veličiny (vyjádřené účelovou funkcí).

Nejdokonaleji propracovanou částí matematického programování je lineární programování, které se zabývá teorií a numerickými metodami určování extrémů lineárních funkcí mnoha proměnných s lineárními omezujícími podmínkami. Výhodou lineárního programování je existence univerzálních řešících metod. K nevýhodám patří dlouhá doba řešení u složitých matematických modelů (obsahujících velké množství omezujících podmínek a vybraných typů proměnných), někdy optimální řešení nelze získat, protože řešitel

nemá k dispozici dostatečně výkonnou výpočetní techniku (tento problém nastává zejména u modelů celočíselného a smíšeného celočíselného programování).

Z hlediska definičních oborů proměnných, které se vyskytují v obligatorních podmínkách, rozeznáváme tyto 3 typy:

- a) množina nezáporných čísel,
- b) množina nezáporných celých čísel,
- c) množina hodnot 0 a 1 – tyto proměnné se označují názvem bivalentní.

Dle definičních oborů proměnných se potom v lineárním programování rozlišují tři typy úloh:

- a) úlohy spojitého lineárního programování,
- b) úlohy celočíselného lineárního programování,
- c) úlohy smíšeného celočíselného lineárního programování.

Nejlépe řešitelné jsou úlohy spojitého lineárního programování. Pomocí existujících metod, lze řešit úlohy obsahující až desetitisíce proměnných a tisíce omezujících podmínek[5].

Úlohy celočíselného lineárního programování využívají pouze izolované hodnoty, které vybíráme z množiny nezáporných čísel (v celočíselném lineárním programování nabývají proměnné hodnot buď z množiny nezáporných celých čísel, nebo z hodnot 0 a 1). Z tohoto důvodu musí být v úloze dodány další doplňující podmínky a výpočty se pak mnohdy stávají komplikovanějšími. V současné době pomocí daných metod lze tyto úlohy řešit do dvou tisíc celočíselných proměnných[5].

Lineární programování je výhodné používat zejména při rozhodování s dlouhodobějším časovým horizontem a v úlohách, kdy je řešení v čase stabilní (nemění se často vstupní údaje). Některé úlohy řešitelné metodami lineárního programování jsou úspěšně řešitelné také jinými přístupy, např. dynamickým programováním, metodami teorie grafů apod. Uvedené přístupy mají zpravidla tu výhodu, že se pomocí nich podaří najít optimální řešení. Všechny tři přístupy bývají označovány názvem exaktní metody.



Alternativu k nim, zejména není-li k dispozici pro řešení k dispozici dostatek času nebo selhávají-li výpočetní prostředky pro řešení lineárních modelů z důvodů výpočetní náročnosti, představují heuristické metody. Heuristické metody sice nespádají do lineárního programování, ale jejich hlavní výhodou je, že při volbě vhodné heuristické metody dokážeme najít dostatečně efektivní řešení poměrně rychle a bez vysokých nároků na výpočetní techniku (avšak také bez jistoty nalezení optimálního řešení) [10].

Nastává-li situace, kdy je pro řešení konkrétního problému k dispozici více přístupů, volí se pro řešení zpravidla ten, který je z hlediska průběhu řešení (zejména rychlosti řešení) nejefektivnější, přičemž existuje-li možnost volby mezi exaktním a heuristickým přístupem, preferuje se z pochopitelných důvodů přístup exaktní. Jelikož však v současnosti existuje celá řada výkonných a poměrně snadno dostupných nástrojů pro řešení i rozsáhlých úloh lineárního programování, přistupuje se k lineárnímu programování nejčastěji.

Základním krokem pro použití metod lineárního programování je sestava matematického modelu.

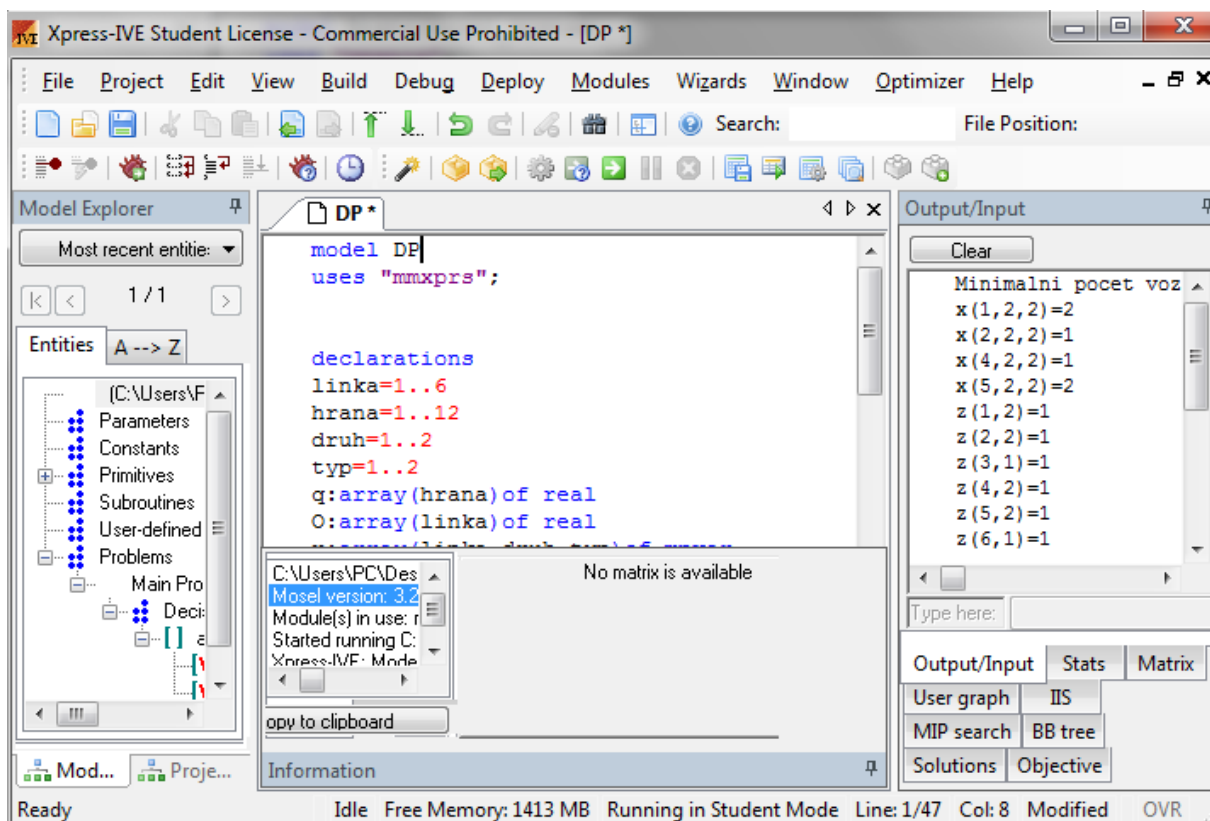
Matematickým modelem se obecně rozumí soustava algebraických výrazů, které vyjadřují optimalizovanou veličinu a omezení, která mají být při řešení dodržena. Při sestavě matematických modelů neexistuje jednoznačný způsob. Je to dáno tím, že každá úloha se vyznačuje určitými specifiky, tzn., musí se v nich zohledňovat různá omezení atd. V odborné literatuře, např. [5], byla alespoň publikována určitá doporučení, která je vhodné při sestavě matematických modelů dodržovat. Obecný postup je následující:

- a) provede se analýza optimalizačního kritéria pomocí rozboru rozhodnutí, na kterých optimalizační kritérium závisí, zvolí se vhodné typy proměnných modelujících jednotlivá rozhodnutí a sestaví se účelová funkce,
- b) postupně se analyzují jednotlivá omezení a vyjádří se pomocí konstant a funkcí daných zadáním úlohy a pomocí již zavedených proměnných. Je-li to z hlediska zachování správné logické funkce zapotřebí, zavedou se další proměnné a vytvoří se vztahy mezi proměnnými,
- c) provede se analýza jednotlivých podmínek a proměnných zaměřená na to, zda některé proměnné nebo podmínky není možno vyjádřit pomocí ostatních. Pokud je to možné, model se zjednoduší.

Klíčovou fází, která předchází tvorbě jakéhokoliv matematického modelu, je formulace problému. Z formulace problému musí být zřejmé, které vstupní veličiny budou v průběhu optimalizačního výpočtu k dispozici, o čem se má v rámci řešení rozhodnout a na základě jaké veličiny se bude posuzovat výhodnost získaného řešení.

Sestava matematických modelů řešené úlohy je důležitou součástí řešícího procesu. Neméně důležitou fází je však i fáze jeho řešení. K řešení lze v současné době využít mnoho softwarových nástrojů, jedním z nich je i software Xpress-IVE, který je zobrazen na obr. č. 3.1. V jednotlivých oknech softwaru Xpress-IVE můžeme najít:

- levý horní okno – údaje o entitách v modelu,
- střední okno – zápis textu programu pro řešení modelu dané úlohy,
- pravé okno – údaje s výstupy, statistikami a grafy,
- okno spodní části obrazovky – údaje o sestavování a spouštění výpočtu modelu, výpis chyb a upozornění, které vznikly během sestavení modelu.



Obr. č. 3.1 Software Xpress-IVE

Aby bylo možno použít software Xpress-IVE, musí být matematický model transformován do programovacího jazyka MOSEL, se kterým tento software pracuje.

Programovací jazyk MOSEL má následující výhody:

- a) jednoduchá skladba – skladba je podobná současným používaným programovacím jazykům,
- b) dynamické objekty – umožňuje využití objektů, jejichž velikost není nutné dopředu deklarovat,
- c) zabudovatelnost – využití připravených knihoven při práci v jiných programovacích jazycích,
- d) rozšiřitelnost – možnost rozšíření nástroje o použití modulů, ve kterých jsou různé naprogramované funkce,
- e) použití uživatelem pomocí definovaných postupů a funkcí.

Software Xpress-IVE má v porovnání s např. tabulkovým procesorem Excel výhodu v jednodušším způsobu řešení matematických modelů. I když software Excel má vestavěnou funkci Řešitel, tak primárně nebyl vytvořen pro řešení matematických modelů, ale pro tvorbu tabulek, ke grafickému znázornění závislostí nebo empirických hodnot, k jednoduchým databázovým operacím atd. Nevýhodou softwaru Xpress-IVE ve srovnání s tabulkovým procesorem Excel je jeho běžná nedostupnost v plné verzi (volně dostupná je pouze jeho demoverze) a finanční náročnost při pořízení plné verze.

### 3.2 Základní pravidla pro transformaci matematických modelů do textu programu

Text programu v jazyce MOSEL začíná klíčovými slovy *model* a *uses*. Za klíčové slovo *model* se definuje název programu a klíčové slovo *uses* a k němu použitý modul, který umožňuje přístup k Xpress-Optimizer, což je optimalizační knihovna programu Xpress-IVE. Pro demonstraci postupu transformace matematických modelů do textu programu bude použit jednoduchý model ve tvaru:

$$\text{účelová funkce } \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^6 C_{ij} D_{ij}$$

za podmínek:

$$\sum_{j=1}^6 D_{ij} \leq a_i \quad \text{pro } i=1..5$$

$$\sum_{i=1}^5 D_{ij} = b_j \quad \text{pro } j=1..6$$

$$D_{ij} \geq 0 \quad \text{pro } i=1..5, j=1..6$$

Jak je z textu programu patrné, veličiny A, B, C jsou konstanty a veličina D je proměnná (má stanovenou obligatorní podmínku).

Text programu tedy zahájíme následovně:

*model* *Nazev\_programu*

*uses* "mmxprs"

Další částí programu je deklarční část, ve které jsou deklarovány všechny konstanty typu pole a všechny proměnné. Proměnné jsou označovány datovým typem *mpvar* a konstanty datovým typem *real* nebo *integer*. Začátek deklarční části je definován klíčovým slovem *declarations* a konec této části klíčovým slovem *end-declarations*. Pro opakované využívání již sestaveného textu programu je vhodné definovat obecné rozsahy indexů jednotlivých veličin typu pole.

*declarations*

*m=1..5*

*n=1..6*

*A:array(m)of real*

*B:array(n)of real*

*C:array(m,n)of real*

*D:array(m,n)of mpvar*

*end-declarations*

V další části programu je nutné přiřadit jednotlivým konstantám konkrétní hodnoty. Je-li konstanta typu pole, činí se tak zápisem:

$A::[]$

$B::[]$

$C::[]$

Není-li konstanta typu pole, činí se např. zápisem:

$T:=$

Další část programu je zaměřena na definování soustavy omezujících podmínek a účelovou funkci a příkazu optimalizace. V této části je nejčastěji využíváno příkazů *sum* (součet) a *forall* (cyklus). Příkaz cyklu se využívá v situacích, kdy existuje v modelu více podmínek stejného typu.

Má-li omezující podmínka tvar  $\sum_{j=1}^6 D_{ij} \leq a_i$  pro  $i=1..5$  (viz deklarační část),

má text v programovacím jazyce MOSEL tvar:

*forall(i in m)sum(j in n)D(i,j)<=a(i)*

Má-li omezující podmínka tvar  $\sum_{i=1}^5 D_{ij} = b_j$  pro  $j=1..6$  (viz deklarační část),

má text v programovacím jazyce MOSEL tvar:

*forall(j in n)sum(i in m)D(i,j)=b(j)*

Obligatorní podmínky pro nezáporné proměnné nemusí být v textu programu obsaženy, protože optimalizační software Xpress-IVE s daným definičním oborem primárně uvažuje. Je však vždy nutno specifikovat ostatní definiční obory. Obligatorní podmínka vyjadřující, že proměnná  $D_{ij}$  může nabývat pouze celých nezáporných čísel by měla tvar:

*forall (i in m,j in n)D(i,j) is \_integer*

Obligatorní podmínka vyjadřující, že proměnná  $D_{ij}$  může nabývat pouze hodnot 0 a 1 by měla tvar:

*forall (i in m,j in n)D(i,j) is \_binary*

Má-li účelová funkce v modelu tvar  $\min \text{ÚF} = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^6 C_{ij} D_{ij}$  má zápis účelové funkce

v programovacím jazyce MOSEL tvar:

$UF := \text{sum}(i \text{ in } m, j \text{ in } n) C(i, j) * D(i, j)$

UF je příklad označení (obecné označení volí řešitel).

Vyhledání minima účelové funkce je vyjádřeno pomocí příkazu *minimize*:

*Minimize(UF)*

Pokud je nutno hledat maximum účelové funkce, napíše se místo příkazu *minimize* příkaz *maximize*.

Z pohledu řešitele je neméně důležitou součástí textu programu také část věnována výpisům. Požadujeme-li výpis hodnot účelové funkce, používáme v programovacím jazyce tvar:

*writeln("Hodnota účelové funkce je:", getobjval)*

Požadujeme-li výpis hodnot proměnných, používáme v programovacím jazyce tvar:

*forall(i in m, j in n) writeln("D(", i, ",", j, ")=", getsol(D(i, j)))*

Text programu je zakončen klíčovým slovem *end-model*, což představuje párový příkaz k příkazu *model*.

Kapacitní možnosti optimalizačního softwaru jsou dány zejména počtem proměnných (demo verze umožňuje pracovat pouze s modely, kde se vyskytuje maximálně 400 proměnných). Čím větší počet proměnných se v úloze vyskytuje, tím zpravidla komplikovanější bývá její řešení. Z uvedeného důvodu je tedy smysluplné zabývat se otázkou zavádění pouze nezbytného počtu proměnných. K tomu slouží tzv. dynamické pole.

Dynamické pole se používá zejména v případech, kdy je možno snížit počet proměnných ve výpočtu na nezbytné minimum. Snížením počtu proměnných dosáhneme efektu zejména tehdy, máme-li kapacitně omezenou verzi optimalizačního softwaru. Tím, že snížíme počet proměnných na nezbytné minimum, si zároveň otevíráme cestu řešení problému většího rozsahu, při stále stejné kapacitě optimalizačního softwaru. Redukce

proměnných spočívá v tom, že se do úlohy nezavádějí ty proměnné, o kterých je známo už před začátkem výpočtu, jakých hodnot budou ve výsledku nabývat. Dynamické pole se definuje v deklarační části softwaru Xpress-IVE a to následujícím způsobem:

*x:dynamic array(range,range)of mpvar*

Kde *x* je opět označení proměnné zvolené řešitelem.

Při zavedení dynamické proměnné využíváme incidenčních matic (necht' má označení např. *M*), v této souvislosti se uplatňují konvence, že (v podmínkách demonstračního příkladu):

$M_{ij}=1$  – znázorňuje situaci, kdy zavést proměnou,

$M_{ij}=0$  – znázorňuje situaci, kdy se proměnná nezavádí.

V těchto situacích se nerozhoduje, zda se zavede nebo nezavede skupina proměnných, ale které proměnné z této skupiny se nakonec v modelu objeví.

Při zavádění incidenční matice můžeme postupovat dvojím způsobem:

- a) incidenční matici řešitel zadá do textu programu přímo,
- b) řešitel v textu programu vytvoří podmínky, pomocí kterých incidenční matice vznikne až v průběhu optimalizačního výpočtu.

Výhodou prvního způsobu zavádění incidenční matice je menší programátorská náročnost pro uživatele, avšak větší ruční pracnost. V druhém případě je výhodou menší ruční pracnost, avšak větší programátorská náročnost.

Po skončení deklarační části musíme zavést incidenční matici a následuje příkaz, který na základě vytvořené matice zavede konkrétní proměnné v dané skupině. V tomto případě se využívá příkaz *create* a v závorce je označení proměnné. Např.:

*forall(i in indexp, j in indexo|M(i,j)=1)create(x(i,j))*

V dalším textu již bude věnována pozornost existujícím optimalizačním modelům vytvořeným pro potřeby časové koordinace spojů v přestupních uzlech.

### 3.3 Existující modely pro časovou koordinaci spojů

Problém časové koordinace spojů se objevuje v každém druhu dopravy. Jak již bylo uvedeno, uplatňuje se zejména v případech kdy je zapotřebí minimalizovat časové ztráty cestujících, kteří v uzlu přestupují mezi různými spoji. V kapitole 3.3 je popsána optimalizační úloha časové koordinace spojů v přestupních uzlech tak, jak ji v minulosti formuloval prof. RNDr. Jaroslav Janáček, CSc.

Je dán přestupní uzel a jsou definovány 2 množiny spojů, množina příjíždějících spojů  $I$  (z nichž cestující přestupují) a množina odjíždějících spojů  $J$  (na které cestující přestupují). Pro každý příjíždějící spoj je znám čas příjezdu, pro každý odjíždějící spoj je znám čas odjezdu. Pro obě množiny spojů jsou známy intervaly, ve kterých je možno s danými spoji v čase posouvat. Dále je pro každý příjíždějící spoj známa intenzita přestupujících cestujících a přestupní doba. Úkolem je rozhodnout o časových posunech příjíždějících a odjíždějících spojů tak, aby se minimalizovaly celkové časové ztráty přestupujících cestujících.

Z důvodu použití lineárního programování musí být aktuální časy příjezdů a odjezdů koordinovaných spojů nahrazeny nejdříve možnými časy příjezdů a nejdříve možnými časy odjezdů. Je to z toho důvodu, že lineární programování neumožňuje pracovat se zápornými hodnotami proměnných, které odpovídají záporným časovým posunům vůči aktuální poloze spoje. Existuje i alternativní přístup, při kterém se spoje přesunou do nejpozději přípustné časové polohy. V diplomové práci bude použit přístup založený na posunu do nejdříve možné časové polohy.

Konstanty (vstupní údaje) v modelu:

$tp_i$ ...nejdříve možný čas příjezdu spoje  $i \in I$ ,

$to_j$ ...nejdříve možný čas odjezdu spoje  $j \in J$ ,

$a_i$ ...maximální dovolený posun spoje  $i \in I$ ,

$b_j$ ...maximální dovolený posun spoje  $j \in J$ ,

$f_i$ ...intenzita cestujících přestupujících z příjíždějícího spoje  $i \in I$ ,

$t_{pres}$ ...přestupní doba.



Hodnota přestupní doby může být definována jednotně v celé úloze, může být také definována pro každý přejíždějící spoj zvlášť. Může totiž záviset na vzdálenosti, kterou mezi příjíždějícími a odjíždějícími spoji musí přestupující cestující absolvovat nebo na jejich počtu (v letecké dopravě také třeba na délce odbavení při tranzitním letu).

Proměnné v modelu:

$x_i$ ...nezáporná (celočíslná) proměnná modelující časový posun příjíždějícího spoje  $i \in I$ ,

$y_j$ ... nezáporná (celočíslná) proměnná modelující časový posun odjíždějícího spoje  $j \in J$ ,

$h_i$ ... nezáporná (celočíslná) proměnná modelující časovou ztrátu cestujících přestupujících ze spoje  $i \in I$ ,

$z_{ij}$ ...bivalentní proměnná modelující vazbu mezi příjíždějícím spojem  $i \in I$  a odjíždějícím spojem  $j \in J$ . Je-li  $z_{ij}=1$ , přestupní vazba mezi příjíždějícím a odjíždějícím spojem vznikne, v případě, že  $z_{ij}=0$ , přestupní vazba nevznikne.

Účelová funkce podle vzorce (3.1) zahrnuje konstantu  $f_i$  a proměnnou  $h_i$  a vyjadřuje minimální celkovou ztrátu všech přestupujících cestujících. Konstanta  $f_i$  plní funkci určité váhy proměnné modelující časovou ztrátu cestujících přestupujících z konkrétního příjíždějícího spoje.

$$\min f(h) = \sum_{i \in I} f_i h_i \quad (3.1)$$

Soustava strukturálních omezujících podmínek musí zajišťovat:

- nevytvoření přestupní vazby na přípojný spoj, na který by z časového hlediska nemohlo být přestoupeno,
- vazbu mezi soustavou omezujících podmínek a účelovou funkcí,
- přestup z každého příjíždějícího spoje právě na jeden odjíždějící spoj,
- pohyb příjezdů (odjezdů) spojů v povoleném časovém intervalu.

Skupina podmínek, které zajišťují nevytvoření přestupní vazby na přípojný spoj, na který by z časového hlediska nemohlo být přestoupeno, má tvar podle vzorce (3.2), a skupina podmínek, které vytváří vazbu mezi omezujícími podmínkami a účelovou funkcí má tvar podle vzorce (3.3).

$$t_{oj} + y_j - (t_{pi} + x_i) - t_{pres} \geq T(z_{ij} - 1) \quad \text{pro } i \in I, j \in J \quad (3.2)$$

$$to_j + y_j - (tp_i + x_i) - t_{pres} \leq h_i + T(1 - z_{ij}) \quad \text{pro } i \in I, j \in J \quad (3.3)$$

Jednotlivé výrazy v podmínkách mají následující interpretaci:

$to_j + y_j$  - odjezd spoje  $j \in J$  po posunu

$tp_i + x_i$  - příjezd spoje  $i \in I$  po posunu

Celý výraz na levé straně obou omezujících podmínek udává časový rozdíl mezi okamžikem odjezdu přípojného spoje po posunu ( $to_j + y_j$ ) a okamžikem příchodu cestujícího na stanoviště odjíždějícího spoje ( $tp_i + x_i + t_{pres}$ ). V případě, že  $to_j + y_j - (tp_i + x_i) - t_{pres} < 0$ , na přípojný spoj nelze přestoupit, v případě, že je  $to_j + y_j - (tp_i + x_i) - t_{pres} > 0$ , vzniká časová ztráta.

V případě, že  $to_j + y_j - (tp_i + x_i) - t_{pres} < 0$ , podmínka (3.2) automaticky nevytvoří přestupní vazbu mezi spoji a  $z_{ij}$  se bude rovnat 0 (podmínka není splnitelná jinak, než pomocí hodnoty  $z_{ij} = 0$ ). Kdyby  $z_{ij} = 1$ , tak by nebylo zajištěno splnění podmínky, protože levá strana by měla menší hodnotu než pravá a v podmínce je to definováno opačně. Druhá podmínka je v tomto případě splněna za každých podmínek a stává se pro danou kombinaci spojů redundantní.

V případě, že  $to_j + y_j - (tp_i + x_i) - t_{pres} \geq 0$ , je první podmínka vždy splněna a aktivní se stává podmínka druhá. V situacích, kdy je  $z_{ij} = 1$ , její splnění zajišťuje člen  $h_i$ . To nastává v případě, kdy na levé straně podmínky vzniká nejmenší nezáporná hodnota. V případech, kdy je  $z_{ij} = 0$ , zajišťuje splnění podmínky člen  $T(1 - z_{ij})$ .

Podmínka zajišťující přestup z každého přijíždějícího spoje na jeden odjíždějící spoj má tvar podle vzorce (3.4).

$$\sum_{j \in J} z_{ij} = 1 \quad \text{pro } i \in I \quad (3.4)$$

Podmínky, které zajišťují, aby časové posuny přijíždějících a odjíždějících spojů nepřesáhly maximální povolené hodnoty, mají tvary podle vzorců (3.5) (pro přijíždějící spoje) a (3.6) (pro odjíždějící spoje).

$$x_i \leq a_i \quad \text{pro } i \in I \quad (3.5)$$

$$y_j \leq b_j \quad \text{pro } j \in J \quad (3.6)$$

Ke strukturálním podmínkám je samozřejmé nutno doplnit i obligatorní podmínky. Bude volena varianta, kdy proměnné  $x_i$ ,  $y_j$  a  $h_i$  jsou nezáporné.

$$x_i \geq 0 \quad \text{pro } i \in I$$

$$y_j \geq 0 \quad \text{pro } j \in J$$

$$h_i \geq 0 \quad \text{pro } i \in I$$

$$z_{ij} \in \{0,1\} \quad \text{pro } i \in I, j \in J$$

Model navržený prof. RNDr. Jaroslav Janáček má poměrně široké uplatnění. Nejlépe se však uplatňuje v podmínkách silniční dopravy, kdy se v jednom okamžiku může uskutečnit více odjezdů či příjezdů. V podmínkách železniční dopravy je jeho využití také vhodné, je však třeba zapracovat do modelu další omezení viz např. diplomové práce [Král,2008], [Omelka,2009], [Kroužil,2010]. Podobné situace nastávají i v letecké dopravě, kdy okamžiky odletů a přiletů mohou nastat současně pouze na letištích s větším počtem RWY.

Další přístup ke koordinaci spojů vytvořil prof. RNDr. Jan Černý, DrSc, Dr.h.c. Tento přístup popsany v [6] je poměrně matematicky komplikovaný a málo využívaný. Nicméně, jedná se o průkopnickou práci tohoto druhu, která byla na území Československa v minulosti publikována.

Pro potřeby časové koordinace spojů na tranzitních letištích jsou tedy v předložené diplomové práce sestaveny zcela nové modely, které by mohly najít v letecké dopravě uplatnění. Je pochopitelné, že existující modely slouží jako základ, jsou z nich přebírány některé principy i některé veličiny či množiny.

## 4 NÁVRH ŘEŠENÍ – MODELÝ PRO ČASOVOU KOORDINACI SPOJŮ NA TRANZITNÍCH LETIŠTÍCH

Zadání pro matematické modely lze zformulovat následovně:

V daném přestupním uzlu je definována množina přilétávajících spojů  $I$ , množina odlétávajících spojů  $J$  a množina volných slotů  $K$ , do kterých lze odlétávající spoje umístit. Je pochopitelně požadováno, aby počet volných slotů byl minimálně roven počtu odlétávajících spojů. Pro každý přilétávající spoj je známa jeho doba příletu  $t_{pri}$  a počet cestujících, kteří přiletí daným spojem a přestupují na jednotlivé odlétávající spoje (do jednotlivých směrů). Úkolem je přiřadit odlétávající spoje jednotlivým volným polohám (slotům) tak, aby celková časová ztráta přestupujících cestujících byla minimální.

Konstanty v modelu:

$I$ ...množina přilétávajících spojů,

$J$ ...množina odlétávajících spojů,

$K$ ...množina volných poloh odlétávajících spojů (slotů),

$m$ ...počet přilétávajících spojů,

$n$ ...počet odlétávajících spojů,

$t_{pri}$ ...doba příletu  $i$ -tého spoje,

$t_k$ ...volný slot  $k$  určený pro odlétávající spoj,

$f_{ij}$ ...počet cestujících, kteří přiletí spojem  $i \in I$  a pokračují do směru  $j \in J$ .

Jak již bylo uvedeno v teoretické části, pro modelování rozhodnutí, které budou v rámci řešené úlohy probíhat, je třeba do modelu zavést rozhodovací proměnné a u každé z nich následně rozhodnout o jejím definičním oboru. V řešené úloze je třeba rozhodnout o přiřazení spojů odlétávajících do jednotlivých směrů volným časovým polohám. Protože se jedná o rozhodnutí typu ano-ne, použijí se k modelování bivalentní proměnné  $z_{jk}$ . Hodnota bivalentní proměnné  $z_{jk}$  bude reprezentovat, zda spoj odlétávající do směru  $j \in J$  umístíme ( $z_{jk}=1$ ) nebo neumístíme ( $z_{jk}=0$ ) do polohy volného slotu  $k \in K$ .

Pro potřeby modelování budou doby příletů a volných poloh pro odlety vyjadřovány minutovými hodnotami počítáno od zvolené referenční hranice. Modely budou prezentovány v několika variantách tak, jak při tvorbě diplomové práce postupně vznikaly.

## 4.1 Varianta č. 1

Varianta č. 1 matematického modelu je nejjednodušší variantou a je určena pro situace, kdy je umožněn přestup ze všech přilétávajících spojů na všechny odlétávající spoje, tzn., že odlety letadel do všech směrů mohou být umístěny v kterékoliv volné poloze.

Účelová funkce musí vyjadřovat celkovou časovou ztrátu přestupujících cestujících. Ta je pochopitelně závislá na časech příletů a časech odletů navazujících spojů. Z uvedeného důvodu musí účelová funkce zahrnovat konstanty  $t_{pr_i}$ ,  $t_k$  a  $f_{ij}$  a proměnnou  $z_{jk}$ . Proměnná  $z_{jk}$  v účelové funkci zajišťuje, že se do její hodnoty započítají pouze časové ztráty, které se vztahují k naplánovaným přestupním vazbám. Účelová funkce bude definována postupnými kroky z důvodu pochopení procesu tvorby. Jednotlivé výrazy mají interpretaci:

$(t_k - t_{pr_i})$  - časový rozdíl mezi naplánovaným příletem spoje  $i \in I$  a volnou polohou  $k \in K$

$\sum_{i \in I} f_{ij} \cdot (t_k - t_{pr_i})$  - celková časová všech cestujících, kteří přestupují ze všech spojů na spoj

do směru  $j \in J$ , je-li umístěn do volné polohy  $k \in K$

Je-li třeba kvantifikovat celkovou časovou ztrátu, je třeba tuto ztrátu zohlednit v účelové funkci pro všechny kombinace směrů a volných časových poloh. Proto má účelová funkce v tomto případě tvar podle vzorce (4.1). Takto formulovaný funkční vztah vyjadřuje celkovou časovou ztrátu v případě umístění odletů do směrů do jednotlivých poloh, přičemž v modelu bude vyžadováno, aby její hodnota byla minimalizována.

$$\min f(z) = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \left( \sum_{i \in I} f_{ij} \cdot (t_k - t_{pr_i}) \right) \cdot z_{jk} \quad (4.1)$$

Soustavou omezujících podmínek musí být:

- a) zajištěno, že každému odlétajícímu spoji bude přiřazena právě jedna časová poloha,
- b) zajištěno, že každá časová poloha musí být obsazena právě jedním odletem,
- c) formulovány definiční obory proměnných – obligatorní podmínky.

V případě, že by soustava omezujících podmínek byla tvořena pouze obligatorními podmínkami, matematický model by na základě minimalizace účelové funkce přiřadil všem

proměnným  $z_{jk}=0$ , což by způsobilo, že odlety do jednotlivých směrů by nebyly umístěny do žádné polohy volného slotu.

První skupina podmínek zajišťuje, odlety do jednotlivých směrů musí být umístěny právě do jedné volné polohy a má tvar podle vzorce (4.2):

$$\sum_{k \in K} z_{jk} = 1 \quad \text{pro } j \in J \quad (4.2)$$

Počet omezujících podmínek v první skupině odpovídá počtu odlétávajících navazujících spojů. Pokud by v modelu byla zahrnuta pouze první skupina podmínek a obligatorní podmínky, mohla by nastat situace, že by algoritmus za účelem minimalizace hodnoty účelové funkce přiřadil do některé volné polohy více spojů. Tomu je nutno zabránit druhou skupinou omezujících podmínek.

Druhá skupina omezujících podmínek zajišťuje, že každá volná časová poloha bude obsazena odletem právě do jednoho směru a má tvar podle vzorce (4.3):

$$\sum_{j \in J} z_{jk} = 1 \quad \text{pro } k \in K \quad (4.3)$$

Počet omezujících podmínek ve druhé skupině odpovídá počtu volných poloh. Podmínka ve tvaru rovnice se však může do modelu zařadit pouze v situaci, je-li počet volných poloh stejný jako počet odlétávajících spojů. Je-li počet volných poloh větší než počet odlétávajících spojů, nelze vyžadovat, aby byla každá volná poloha obsazena. Situace, kdy je počet volných časových poloh větší než počet odlétávajících spojů, bude řešena ve variantě modelu č. 2.

Obligatorní podmínky udávají definiční obory proměnných. Pro konkrétní model se jedná o bivalentní proměnnou  $z_{jk}$ , která má tvar:

$$z_{jk} \in \{0,1\} \quad \text{pro } j \in J, k \in K$$

Funkčnost matematického modelu bude ověřena na jednoduchém příkladě, obsahující 2 přelety, 2 odlety a 2 volné polohy. Podle zásad transformace matematického modelu do textu programu pro optimalizační software Xpress-IVE lze psát:  $m=2; n=2; k=2; tpr::[10,20];$

$t_k::[30,40]$ ;  $f_{ij}::[50,30,$   
 $15,25]$

Text programu a řešení úlohy je uvedeno v kapitole 5.

## 4.2 Varianta č. 2

Matematický model je určen pro situace, kdy je z přilétávajících spojů umožněn přestup na odlétávající spoje, tzn., že odlety navazujících spojů mohou být umístěny do kterékoliv volné polohy. Varianta č. 2 se od předchozí varianty liší v počtu volných poloh, který je větší než počet odlétávajících spojů.

Tato varianta matematického modelu obsahuje stejné proměnné, účelovou funkci a obligatorní podmínky jako v předchozí variantě.

V tomto matematickém modelu jsou 2 skupiny strukturálních omezujících podmínek. První skupina podmínek zajišťuje, že každý odlétávající spoj musí být umístěn právě do jedné volné polohy a má tvar podle vzorce (4.4).

$$\sum_{k \in K} z_{jk} = 1 \quad \text{pro } j \in J \quad (4.4)$$

Druhá skupina omezujících podmínek musí být ve tvaru vzorce (4.5), jelikož při větším počtu volných poloh než je počet odlétávajících letadel nemůže být podmínka ve tvaru podle vzorce (4.3) jak je v předchozí variantě, protože nelze trvat na obsazení každé volné polohy.

$$\sum_{j \in J} z_{jk} \leq 1 \quad \text{pro } k \in K \quad (4.5)$$

Kdyby ve skupině omezujících podmínek (4.5) byly rovnice, nebylo by možno získat přípustné řešení. Úloha by se stala neřešitelnou (množina přípustných řešení by byla prázdná).

Funkčnost matematického modelu bude ověřena na jednoduchém příkladě, obsahující 2 přílety, 2 odlety a 3 volné polohy. Podle zásad transformace matematického modelu do textu programu pro optimalizační software Xpress-IVE lze psát:  $m=2$ ;  $n=2$ ;  $k=3$ ;

$t_{pr_i}::[10,20]; t_k::[30,40,50]; f_{ij}::[50,30,$   
 $15,25]$

Text programu a řešení úlohy je uvedeno v kapitole 5.

### 4.3 Varianta č. 3

Matematický model je určen pro situace, kdy umístění odlétávajícího spoje do polohy některého volného slotu není možné, protože by nebyl umožněn přestup cestujících, kteří tímto spojem přilétají a pokračují navazujícím spojem.

Tato varianta matematického modelu obsahuje stejné proměnné, účelovou funkci a obligatorní podmínky jako v předchozích variantách.

První skupina podmínek zajišťuje, že každý odlétávající spoj musí být umístěn právě do jedné volné polohy a má tvar podle vzorce (4.6).

$$\sum_{k \in K} z_{jk} = 1 \quad \text{pro } j \in J \quad (4.6)$$

Druhá skupina omezujících podmínek podle vzorce (4.7) zajišťuje, aby každá poloha byla obsazena nejvýše jedním směrem. Tvar podmínky závisí na tom, zda je počet volných slotů stejný jako počet odletů nebo větší. V případě, že by počet volných slotů byl stejný jako počet odletů, použije se podmínka ve tvaru (4.7), pokud by byl počet volných slotů větší, než počet odletů použije se podmínka ve tvaru (4.8).

$$\sum_{j \in J} z_{jk} = 1 \quad \text{pro } k \in K \quad (4.7)$$

$$\sum_{j \in J} z_{jk} \leq 1 \quad \text{pro } k \in K \quad (4.8)$$

V tomto matematickém modelu však předešlé skupiny podmínek nestačí. Do modelu musí být dodán další typ podmínky, která zohlední zkreslování hodnoty účelové funkce a zabránění následného vzniku z pohledu reálné situace nepříznivého nebo dokonce nepřipustného řešení. S ohledem na požadavek minimalizace totiž algoritmus upřednostňuje taková řešení, která mu umožní co nejvíce snížit hodnotu účelové funkce. Z pohledu



snižování hodnoty účelové funkce jsou pozitivní zejména případy, kdy je hodnota výrazu  $(t_k - t_{pr_i})z_{jk} < 0$ , protože takovéto členy přinášejí snižování hodnoty účelové funkce. Situace, kdy  $(t_k - t_{pr_i})z_{jk} < 0$  však odpovídá situaci, kdy odlet přípojného spoje nastává před příletem spoje, ze kterého se přestupuje. Podmínka (4.9) tomuto nežádoucímu jevu aktivně zabrání.

$$f_{ij} \leq T \cdot \left(1 - \sum_{k \in K} (1 - a_{ik})\right) z_{jk} \quad \text{pro } i \in I, j \in J \quad (4.9)$$

Omezující podmínka (4.9) také zajišťuje umístění směrů odlétávajících letadel do jednotlivých poloh tak, aby byl možný přestup cestujících z přilétávajících spojů. Aby byla zachována správnost výpočtu hodnoty účelové funkce, byla do modelu zařazena incidenční matice A, jejíž prvky znázorňují vztahy mezi přilétávajícími spoji a jednotlivými volnými polohami. Matice A obsahuje hodnoty 0 a 1. Zda bude na pozici určitého prvku matice hodnota 0 nebo 1 závisí na skutečnosti, je-li možno na spoj odlétávající do směru  $j \in J$  při umístění do polohy volného slotu  $k \in K$  přestoupit či nikoliv. Bude-li nutno zachovat možnost přestupu (což plyne z kladné hodnoty intenzity přestupujících cestujících z přilétávajícího spoje na odlétávající spoj do směru  $j$ ), bude  $a_{ik}=1$  v opačném případě bude  $a_{ik}=0$ .

Funkčnost matematického modelu bude ověřena na jednoduchém příkladě, obsahující 2 přílety, 2 odlety a 3 volné polohy. Podle zásad transformace matematického modelu do textu programu pro optimalizační software Xpress-IVE lze psát:  $m=2$ ;  $n=2$ ;  $k=2$ ;  $t_{pr_i}::[0,10]$ ;  $t_k::[0,20,40]$ ;  $f_{ij}::[30,20, ;$   $a_{ik}::[0,1,1,$   
 $10,50] \quad 0,1,1]$

Text programu a řešení úlohy je uvedeno v kapitole 5.

#### 4.4 Varianta č. 4

Matematický model z varianty č. 3 bude řešen jiným způsobem, a to pomocí problematiky dynamického pole. Pomocí této metody se totiž lze obejít bez podmínky (4.9), protože proměnné  $z_{jk}$  budou zavedeny pro přípustné kombinace volných poloh a odletů tak, aby bylo možno uskutečnit přestup.

Účelová funkce a obligatorní podmínky budou mít tvar jako v předchozích variantách a model bude obsahovat stejné omezující podmínky (4.6) a (4.8) jako varianta 3.

Funkčnost matematického modelu bude ověřena na jednoduchém příkladě, obsahující 2 přílety, 2 odlety a 3 volné polohy. Podle zásad transformace matematického modelu do textu programu pro optimalizační software Xpress-IVE lze psát:  $m=2$ ;  $n=2$ ;  $k=2$ ;  $tpr_i::[0,10]$ ;  $t_k::[0,20,40]$ ;  $f_{ij}::[30,20, ;$   $a_{ik}::[0,1,1,$   
 $10,50] \quad 0,1,1]$

Text programu a řešení úlohy je uvedeno v kapitole 5.

#### 4.5 Varianta č. 5

Matematické modely uvedené ve variantě č. 1 – č. 4 uvažovaly s nulovou přestupní dobou, což je z pohledu praktické aplikace nereálný případ. Uvedený nedostatek odstraňuje variant č. 5. Řešení lze opět vyřešit prostřednictvím matice  $A$ , jako ve variantě č. 3, pouze s rozdílem k přihlédnutí k přestupní době a to když:

$$tpr_i + t_{pres} - t_k > 0 \quad \text{pak } a_{ik} = 0$$

$$tpr_i + t_{pres} - t_k \leq 0 \quad \text{pak } a_{ik} = 1$$

Tato varianta matematického modelu obsahuje stejné proměnné, účelovou funkci, obligatorní podmínky a omezující podmínky (4.6) a (4.8) jako v předchozích variantách.

Skupina omezujících podmínek podle vzorce (4.10) zajišťuje nezkreslování hodnoty účelové funkce a zabránění následného vzniku z pohledu účelové funkce nepříznivého nebo dokonce nepřipustného řešení. Aby byla zachována správnost výpočtu hodnoty účelové funkce, byla do modelu opět zařazena incidenční matice  $A$ , jejíž prvky znázorňují vztahy mezi přilétávajícími spoji a jednotlivými volnými polohami s přihlédnutím na přestupní dobu.

$$f_{ij} \leq T \cdot \sum_{k \in K} a_{ik} z_{jk} \quad \text{pro } i \in I, j \in J \quad (4.10)$$

Funkčnost matematického modelu bude ověřena na jednoduchém příkladě, obsahující 2 přílety, 2 odlety a 3 volné polohy. Podle zásad transformace matematického modelu

do textu programu pro optimalizační software Xpress-IVE lze psát:  $m=2$ ;  $n=2$ ;  $k=2$ ;  
 $tpr_i::[0,10]$ ;  $t_k::[0,20,40]$ ;  $f_{ij}::[30,20, ; a_{ik}::[0,1,1,$   
 $10,50] \quad 0,1,1]$

Text programu a řešení úlohy je uvedeno v kapitole 5.

## 5 TESTOVÁNÍ FUNKČNOSTI NAVRŽENÝCH MODELŮ

Tato kapitola se věnuje procesu transformace sestavených variant matematických modelů do textů programu v programovacím jazyce MOSEL, se kterými optimalizační software XPRESS-IVE pracuje. Při vytváření textu programu se vychází z obecných zásad, které byly uvedeny v podkapitole 3.2.

Texty programů budou vytvořeny zvlášť pro každou variantu. I když některé omezující podmínky se v jednotlivých variantách schodují, bylo by nepřehledné vytvořit text program pouze pro jednu variantu a ostatní varianty jen doplňovat nebo pozměňovat. Tyto jednoduché matematické modely budou vytvořeny z důvodu zjištění funkční správnosti navržených matematických modelů v kapitole 4.

### 5.1 Varianta č. 1 modelu - řešení

Část textu programu týkající se deklarace konstant a proměnných:

*indexp=1..2*

*indexo=1..2*

*indexs=1..2*

Pomocí uvedeného zápisu je docíleno toho, že matematický model bude pracovat s údaji, které odpovídají 2 přilétavajícím spojům, 2 odlétavajícím spojům a 2 polohám.

*tpri:array(indexp)of real*

*tk:array(indexs)of real*

Zápis, který udává, že doby příletů a doby volných časových poloh pro odlétavající spoj jsou konstanty typu pole. V závorce je uvedena množina přilétavajících spojů a množina poloh, kterých se doby příletů a volných časových poloh týkají.

*f:array(indexp,indexo)of real*

Zápis, který udává, že počet cestujících, kteří přiletí spojem i a pokračují do směru j jsou konstanty. V závorce je uvedena množina přilétavajících a odlétavajících spojů, kterých se počet cestujících týká.

*z:array(indexo,indexs)of mpvar*

Pomocí tohoto zápisu jsou deklarovány proměnné, které reprezentují umístění nebo neumístění odlétávajícího spoje  $j$  do polohy  $k$ .

Část textu programu, který obsahuje zadání konkrétních hodnot, omezující podmínky a účelovou funkci:

*tpri::[10,20]*

Zápis představuje doby přiletů jednotlivých spojů.

*tk::[30,40]*

Zápis představuje doby volných časových poloh (slotů) pro odlétávající spoje.

*f::[50,30,  
15,25]*

Zápis představuje počet cestujících, kteří přiletí spojem  $i \in I$  a pokračují do směru  $j \in J$ .

*forall(k in indexs)sum(j in indexo) z(j,k)=1*

Zápis, který zajišťuje, že každé volné poloze musí být přidělen právě jeden odlétávající spoj.

*forall(j in indexo)sum(k in indexs) z(j,k)=1*

Zápis, který zajišťuje, že každý odlétávající spoj musí být umístěn právě do jedné volné polohy.

*forall (j in indexo,k in indexs)z(j,k)is\_binary*

Zápis, který zajišťuje, že proměnná, která modeluje přidělení odlétávajících spojů  $j \in J$  do volných polohy  $k \in K$ , bude nabývat hodnot 0 a 1.

*Celkova\_ztrata:=sum(j in indexo,k in indexs)(sum(i in indexp)f(i,j)\*(tk(k)-tpri(i)))\*z(j,k)*

Zápis, který definuje účelovou funkci.

*minimize(Celkova\_ztrata)*

Zápis, který zajišťuje, že hodnota účelové funkce bude minimalizována.

Část textu programu, která se týká výpisů výstupu z modelu

```
writeln("Celková časová ztráta je:",getobjval)
```

```
forall(j in indexo,k in indexs)writeln("z(",j,"",",k,"")=",getsol (z(j,k)))
```

Zápis, který zajišťuje výpis hodnoty účelové funkce a výpis hodnot proměnných.

### **Souhrnný text programu pro variant modelu č. 1**

```
model Variant1
```

```
uses "mmxprs"
```

```
declarations
```

```
indexp=1..2
```

```
indexo=1..2
```

```
indexs=1..2
```

```
tpri:array(indexp)of real
```

```
tk:array(indexs)of real
```

```
f:array(indexp,indexo)of real
```

```
z:array(indexo,indexs)of mpvar
```

```
end-declarations
```

```
tpri::[10,20]
```

```
tk::[30,40]
```

```
f::[50,30,
```

```
15,25]
```

```
forall(k in indexs)sum(j in indexo) z(j,k)=1
```

```
forall(j in indexo)sum(k in indexs) z(j,k)=1
```

```
forall (j in indexo,k in indexs)z(j,k)is_binary
```

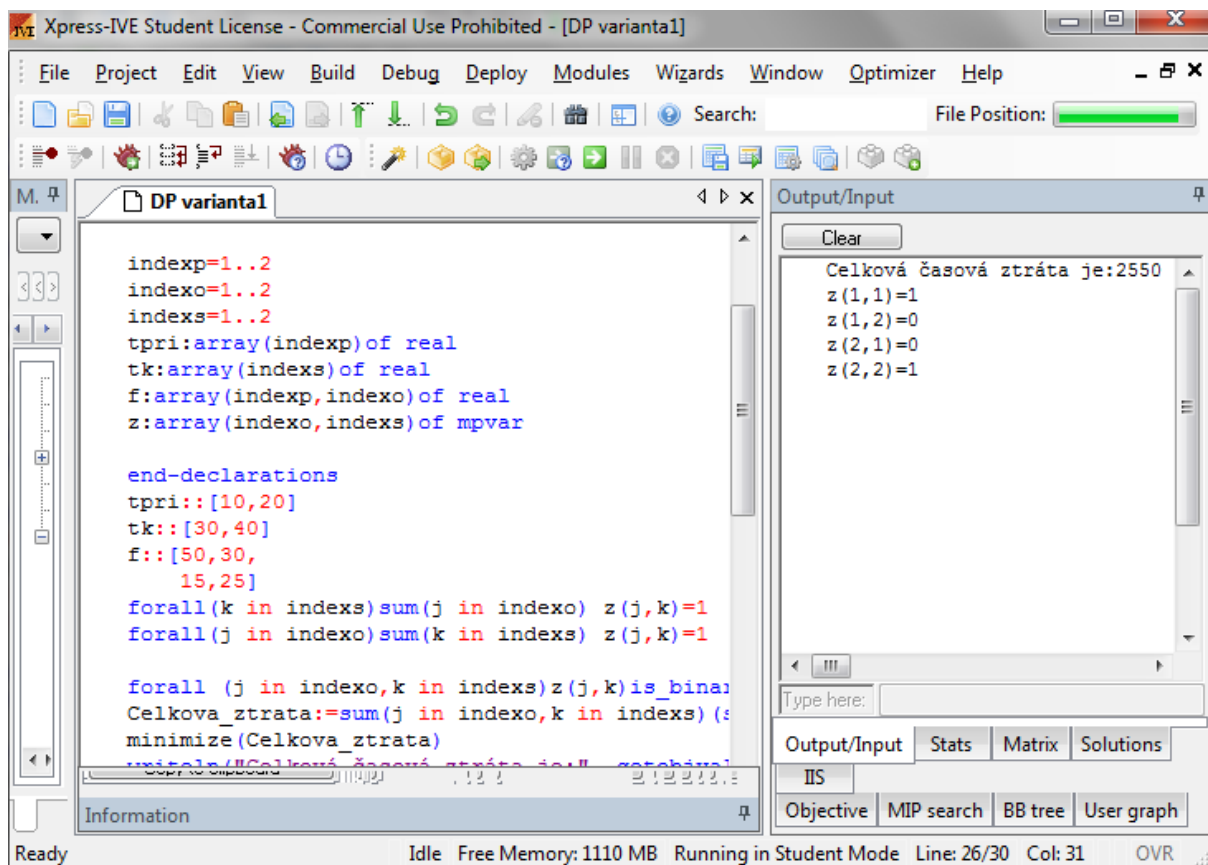
```
Celkova_ztrata:=sum(j in indexo,k in indexs)(sum(i in indexp)f(i,j)*(tk(k)-tpri(i)))*z(j,k)
```

```
minimize(Celkova_ztrata)
```

```
writeln("Celková časová ztráta je:",getobjval)
```

```
forall(j in indexo,k in indexs)writeln("z(",j,"",",k,"")=",getsol (z(j,k)))
```

```
end-model
```



Obr. č. 5.1 Pracovní prostředí Xpress-IVE s uvedením fragmentu testu programu a výpisu výsledků

Pro provedení výpočtu byly získány následující hodnoty.

Celková časová ztráta je:2550

$z(1,1)=1$

$z(1,2)=0$

$z(2,1)=0$

$z(2,2)=1$

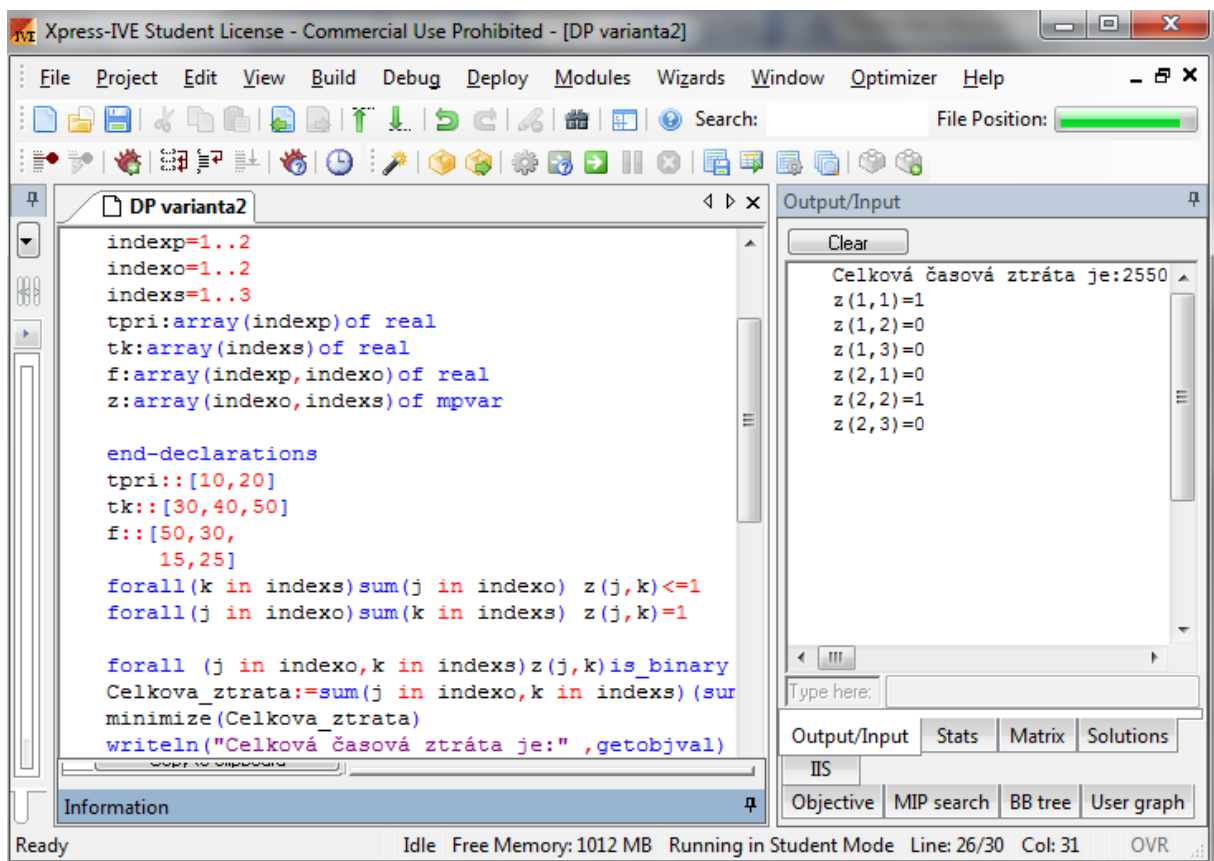
Celková časová ztráta je 2 550 ztrátových osobominut. Spoj odlétávající do směru 1 bude umístěn do první volné časové polohy a druhý spoj odlétávající do směru 2 bude umístěn v druhé volné časové poloze.

## 5.2 Varianta č. 2 modelu - řešení

### Souhrnný text programu pro variantu č. 2

```
model Varianta2
uses "mmxprs";
declarations
  indexp=1..2
  indexo=1..2
  indexs=1..3
  tpri:array(indexp)of real
  tk:array(indexs)of real
  f:array(indexp,indexo)of real
  z:array(indexo,indexs)of mpvar
end-declarations
tpri::[10,20]
tk::[30,40,50]
f::[50,30,
    15,25]
forall(k in indexs)sum(j in indexo) z(j,k)<=1
forall(j in indexo)sum(k in indexs) z(j,k)=1
forall (j in indexo,k in indexs)z(j,k)is_binary
Celkova_ztrata:=sum(j in indexo,k in indexs)(sum(i in indexp)f(i,j)*(tk(k)-tpri(i)))*z(j,k)
minimize(Celkova_ztrata)
writeln("Celková časová ztráta je:",getobjval)
forall(j in indexo,k in indexs)writeln("z(",j," ",",",k,")")=,getsol (z(j,k)))
end-model
```





Obr. č. 5.2 Pracovní prostředí Xpress-IVE s uvedením fragmentu testu programu a výpisu výsledků

Pro provedení výpočtu byly získány následující hodnoty.

Celková časová ztráta je:2550

$z(1,1)=1$

$z(1,2)=0$

$z(1,3)=0$

$z(2,1)=0$

$z(2,2)=1$

$z(2,3)=0$

Celková časová ztráta je 2 550 ztrátových osobominut. Spoj odlétávající do směru 1 bude umístěn do první volné časové polohy a druhý spoj odlétávající do směru 2 bude umístěn v druhé volné časové poloze.

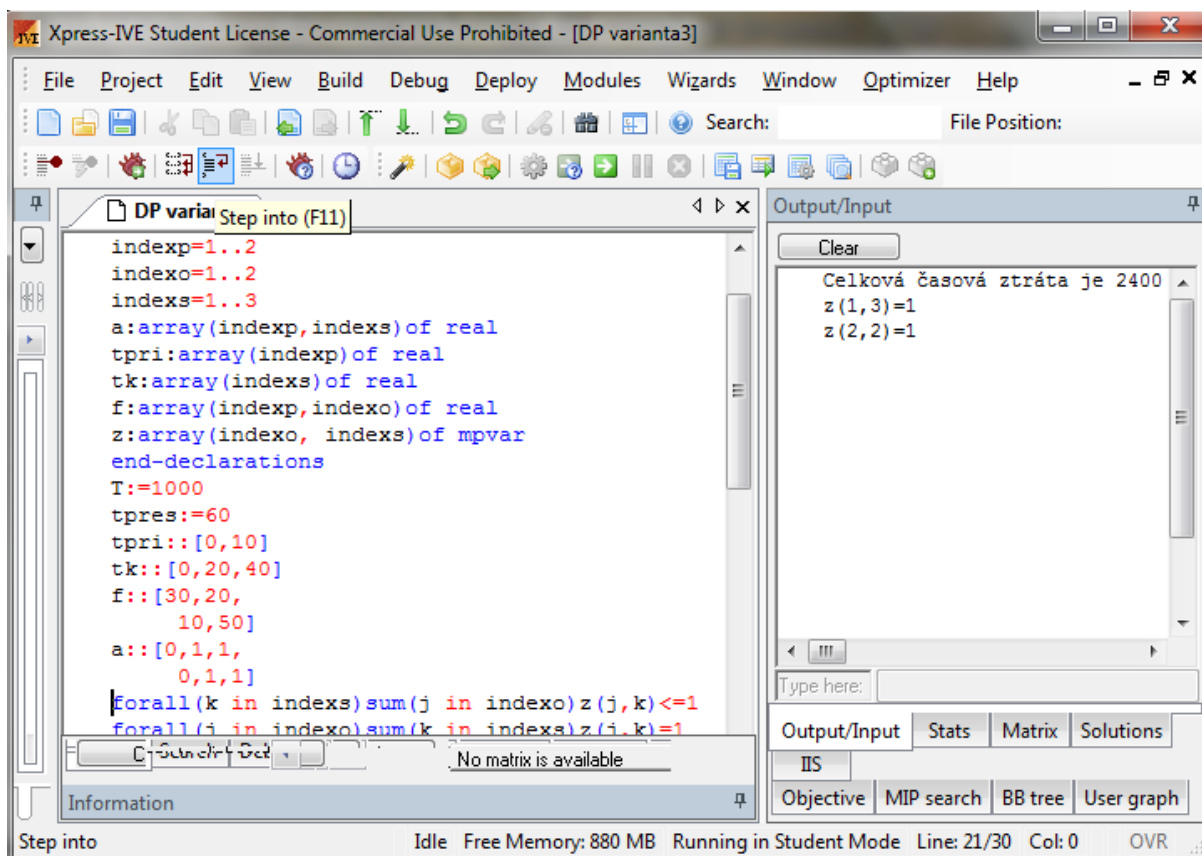
### 5.3 Varianta č. 3 modelu - řešení

#### Souhrnný text programu pro variantu modelu č. 3

```
model Varianta3
uses "mmxprs"
declarations
  indexp=1..2
  indexo=1..2
  indexs=1..3
  a:array(indexp,indexs)of real
  tpri:array(indexp)of real
  tk:array(indexs)of real
  f:array(indexp,indexo)of real
  z:array(indexo, indexs)of mpvar
end-declarations

T:=1000
tpri::[0,10]
tk::[0,20,40]
f::[30,20,
    10,50]
a::[0,1,1,
    0,1,1]

forall(k in indexs)sum(j in indexo)z(j,k)<=1
forall(j in indexo)sum(k in indexs)z(j,k)=1
forall(i in indexp,j in indexo)f(i,j)<=T*(1-sum(k in indexs)(1-a(i,k))*z(j,k))
forall(j in indexo,k in indexs)z(j,k)is_binary
Celkova_ztrata:=sum(j in indexo,k in indexs)(sum(i in indexp)f(i,j)*(tk(k)-tpri(i)))*z(j,k)
minimize(Celkova_ztrata)
writeln("Celková časová ztráta je ", getobjval)
forall(j in indexo,k in indexs|getsol(z(j,k))>0)writeln("z(",j," ",",",k,")=",getsol(z(j,k)))
end-model
```



Obr. č. 5.3 Pracovní prostředí Xpress-IVE s uvedením fragmentu testu programu a výpisu výsledků

Pro provedení výpočtu byly získány následující hodnoty.

Celková časová ztráta je 2400

$z(1,3)=1$

$z(2,2)=1$

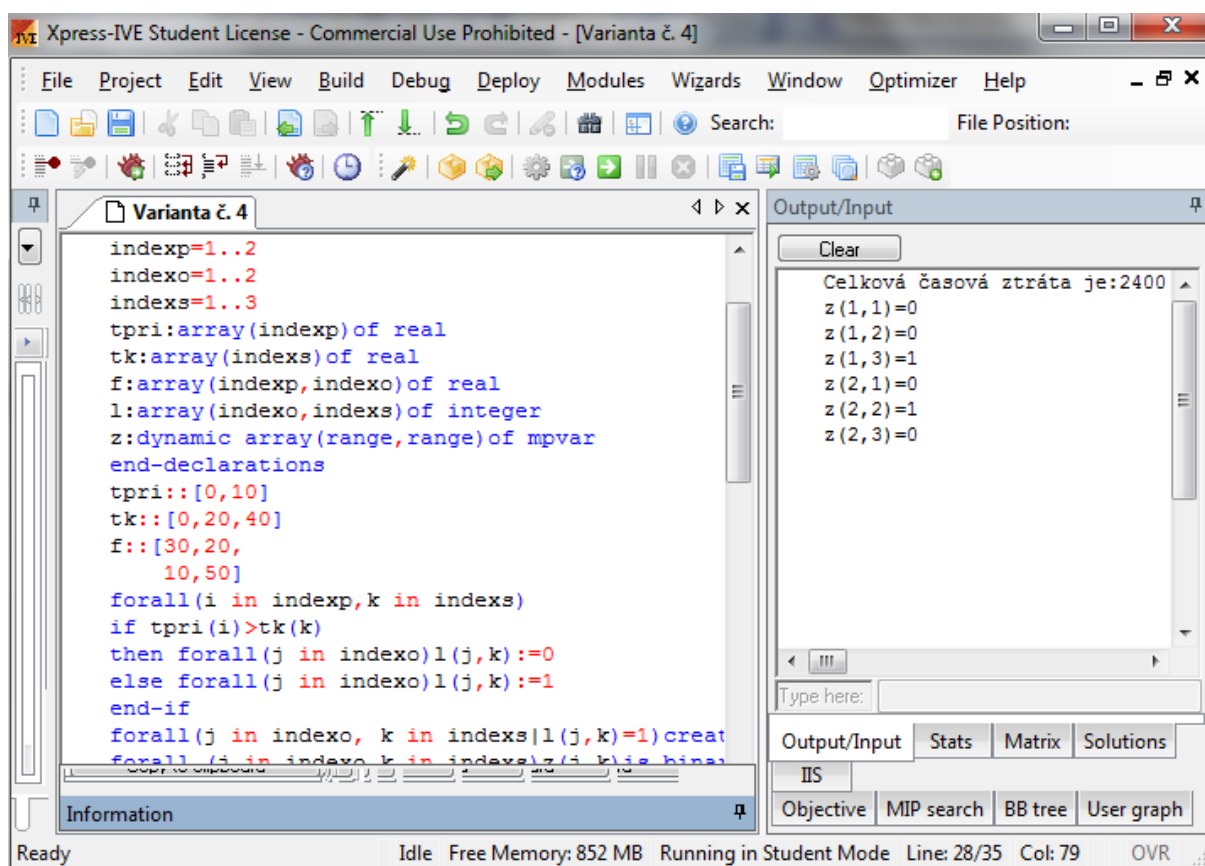
Celková časová ztráta je 2 400 ztrátových osobominut. Spoj odlétávající do směru 1 bude umístěn do třetí volné časové polohy a druhý spoj odlétávající do směru 2 bude umístěn v druhé volné časové poloze.

## 5.4 Varianta č. 4 modelu - řešení

### Souhrnný text programu pro variant modelu č. 4

```
model Varianta4
uses "mmxprs"
declarations
  indexp=1..2
  indexo=1..2
  indexs=1..3
  tpri:array(indexp)of real
  tk:array(indexs)of real
  f:array(indexp,indexo)of real
  l:array(indexo,indexs)of integer
  z:dynamic array(range,range)of mpvar
end-declarations

tpri::[0,10]
tk::[0,20,40]
f::[10,20,
    50,6]
forall(i in indexp,k in indexs)
  if tpri(i)>tk(k)
  then forall(j in indexo)l(j,k):=0
  else forall(j in indexo)l(j,k):=1
  end-if
forall(j in indexo, k in indexs|l(j,k)=1)create(z(j,k))
forall (j in indexo,k in indexs)z(j,k)is_binary
forall(k in indexs)sum(j in indexo) z(j,k)<=1
forall(j in indexo)sum(k in indexs) z(j,k)=1
Celkova_ztrata:=sum(j in indexo,k in indexs)(sum(i in indexp)f(i,j)*(tk(k)-tpri(i)))*z(j,k)
minimize(Celkova_ztrata)
writeln("Celková časová ztráta je:",getobjval)
forall(j in indexo,k in indexs)writeln("z(",j,",",k,")=",getsol (z(j,k)))
end-model
```



Obr. č. 5.4 Pracovní prostředí Xpress-IVE s uvedením fragmentu testu programu a výpisu výsledků

Pro provedení výpočtu byly získány následující hodnoty.

Celková časová ztráta je:2400

$z(1,1)=0$

$z(1,2)=0$

$z(1,3)=1$

$z(2,1)=0$

$z(2,2)=1$

$z(2,3)=0$

Celková časová ztráta je 2 400 ztrátových osobominut. Spoj odlétávající do směru 1 bude umístěn do třetí volné časové polohy a druhý spoj odlétávající do směru 2 bude umístěn v druhé volné časové poloze.

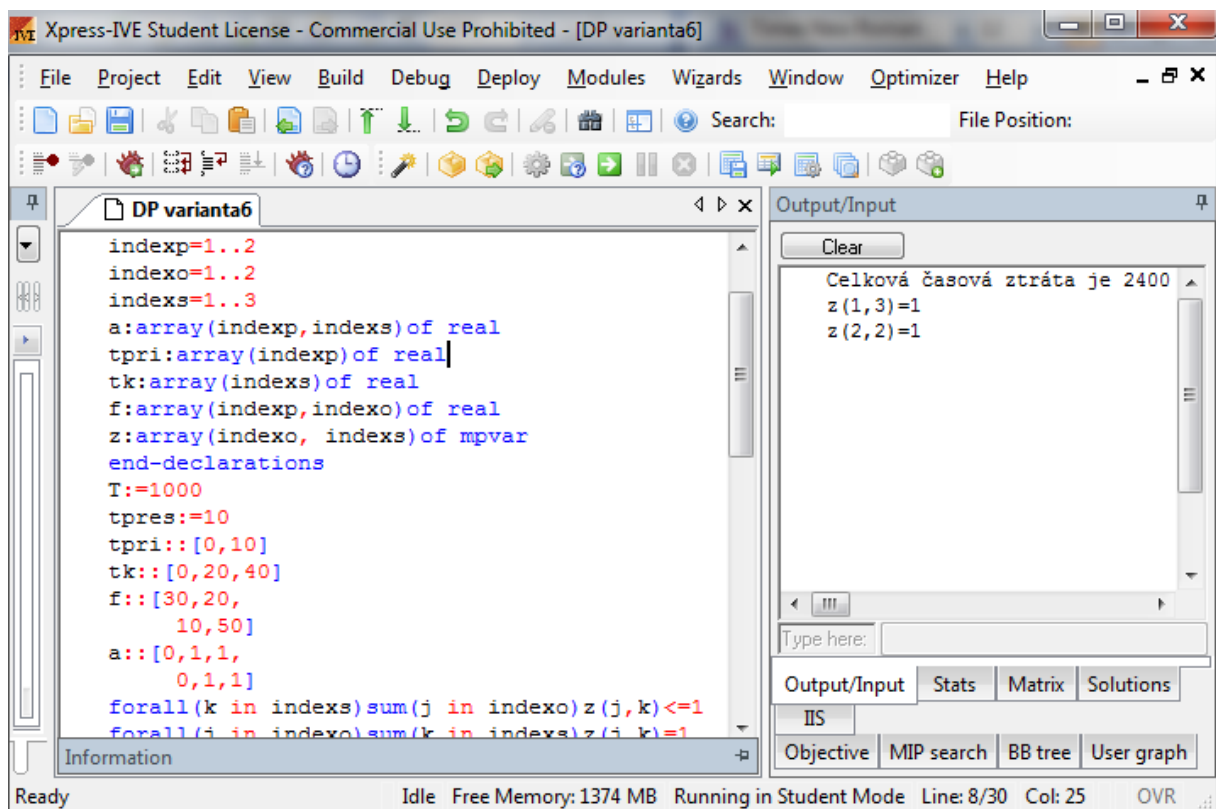
## 5.5 Varianta č. 5 modelu - řešení

### Souhrnný text programu variantu modelu č. 5

```
model Varianta3
uses "mmxprs"
declarations
  indexp=1..2
  indexo=1..2
  indexs=1..3
  a:array(indexp,indexs)of real
  tpri:array(indexp)of real
  tk:array(indexs)of real
  f:array(indexp,indexo)of real
  z:array(indexo, indexs)of mpvar
end-declarations

T:=1000
tpres:=10
tpri::[0,10]
tk::[0,20,40]
f::[30,20,
    10,50]
a::[0,1,1,
    0,1,1]

forall(k in indexs)sum(j in indexo)z(j,k)<=1
forall(j in indexo)sum(k in indexs)z(j,k)=1
forall(i in indexp,j in indexo)f(i,j)<=T*sum(k in indexs)a(i,k)*z(j,k)
forall(j in indexo,k in indexs)z(j,k)is_binary
Celkova_ztrata:=sum(j in indexo,k in indexs)(sum(i in indexp)f(i,j)*(tk(k)-tpri(i)))*z(j,k)
minimize(Celkova_ztrata)
writeln("Celková časová ztráta je ", getobjval)
forall(j in indexo,k in indexs|getsol(z(j,k))>0)writeln("z(",j,",",k,")=",getsol(z(j,k)))
end-model
```



Obr. č. 5.5 Pracovní prostředí Xpress-IVE s uvedením fragmentu testu programu a výpisu výsledků

Pro provedení výpočtu byly získány následující hodnoty.

Celková časová ztráta je 2400

$z(1,3)=1$

$z(2,2)=1$

Celková časová ztráta je 2 400 ztrátových osobominut. Spoj odlétávající do směru 1 bude umístěn do třetí volné časové polohy a druhý spoj odlétávající do směru 2 bude umístěn v druhé volné časové poloze.

## 6 REALIZACE VÝPOČETNÍHO EXPERIMENTU VĚTŠÍHO ROZSAHU

Tato kapitola diplomové práce se bude zabývat výpočetním experimentem většího rozsahu, aby bylo zkoumáno chování modelu v těchto případech. K experimentu většího rozsahu byla vybrána variant č. 5 modelu, neboť nejlépe zohledňuje situaci, která by v případě reálné časové koordinace na tranzitních letištích mohla nastat. Pro výpočetní experiment bylo stanoveno 30 přiletů, 20 směrů odletů a 40 volných časových poloh. Tato kapitola bude obsahovat část textu programu, který se týká deklarace konstant a proměnných, konkrétních hodnot a výsledky daného výpočetního experimentu. Zbývající část textu programu je shodná jako v předchozí kapitole.

*indexp=1..30*

*indexo=1..20*

*indexs=1..40*

*a:array(indexp,indexs)of real*

*tpri:array(indexp)of real*

*tk:array(indexs)of real*

*f:array(indexp,indexo)of real*

*z:array(indexo, indexs)of mpvar*

*f:=[10,0,0,0,0,20,0,0,0,40,0,0,20,20,20,0,0,30,0,0,*  
*0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,10,0,0,*  
*10,0,0,0,0,40,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,*  
*0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,10,0,0,0,0,0,0,*  
*10,0,0,0,0,60,0,0,0,0,0,0,10,0,0,20,0,0,0,*  
*0,0,0,0,0,10,0,10,0,0,60,0,0,10,0,0,0,0,10,*  
*0,30,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,10,0,10,10,10,0,0,*  
*0,20,10,0,0,0,20,0,0,0,0,0,20,0,40,0,0,0,10,0,*  
*10,0,0,10,10,10,0,0,0,0,0,20,0,10,0,0,10,0,0,0,*  
*10,0,30,0,10,10,0,0,10,0,0,10,10,0,10,0,0,0,50,0,*  
*0,0,10,0,0,0,0,0,0,0,0,10,0,0,20,0,0,0,0,0,*  
*0,0,0,10,0,0,0,0,0,0,0,0,0,10,0,0,0,0,10,0,*  
*10,0,0,30,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,30,0,0,0,0,*  
*0,0,10,0,0,10,0,0,0,0,10,0,0,100,0,0,0,0,0,0,*



10,0,0,0,20,0,0,0,0,0,0,0,10,0,0,30,0,0,0,0,  
 0,0,20,0,0,0,0,10,0,0,10,0,10,0,10,0,10,0,0,0,  
 10,0,20,0,10,0,10,0,0,0,10,0,10,10,0,0,50,0,0,0,  
 0,100,0,30,0,0,0,10,0,0,0,0,0,10,0,10,0,0,0,0,  
 10,0,0,0,20,10,10,0,10,0,0,0,0,50,0,0,10,0,0,30,  
 10,0,10,10,0,0,90,0,0,0,10,0,10,0,0,0,0,0,40,0,  
 0,10,0,10,0,80,0,0,0,0,0,20,0,0,10,0,10,0,0,10,  
 0,0,10,0,0,0,0,0,0,0,20,0,0,0,0,0,40,0,0,0,  
 0,0,0,0,0,20,0,0,0,0,20,0,0,10,0,0,0,0,0,20,  
 0,0,20,0,0,10,0,0,10,0,0,0,0,0,0,0,30,0,0,0,  
 0,0,0,0,0,0,0,0,10,20,0,0,0,10,0,0,0,10,0,  
 0,0,10,10,0,0,0,50,0,0,0,0,0,0,0,0,10,0,10,10,  
 10,0,0,0,10,0,0,0,0,10,0,0,10,0,10,0,0,0,0,  
 0,0,50,0,0,20,0,0,0,0,0,10,0,10,10,20,0,0,0,10,  
 0,100,0,0,0,10,0,0,20,0,0,0,50,0,0,0,0,0,0,0,  
 0,0,20,0,0,50,0,0,0,0,0,0,20,0,0,30,0,0,0,0]

$tpri:=[0,10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140,150,160,170,180,190,200,210,220,$   
 $230,240,250,260,270,280,290]$

$tk:=[10,125,150,175, 200,225,250,275, 300,325,350,375,400,425,450,475, 500,525,550,575,$   
 $600,625,650,675,700,725,750,775,800,825,850,875,1360,1370,1380,1390,1400,1410,1420,$   
 $1430]$

Přestupní doba, pro tento matematický model, byla stanovena na 60 minut.

## Výsledky výpočetního experimentu

Celková časová ztráta je 842500.

$z(1,21)=1$

$z(2,13)=1$

$z(3,14)=1$

$z(4,20)=1$

$z(5,24)=1$

$z(6,12)=1$

$z(7,7)=1$

$$z(8,23)=1$$

$$z(9,26)=1$$

$$z(10,9)=1$$

$$z(11,16)=1$$

$$z(12,25)=1$$

$$z(13,15)=1$$

$$z(14,11)=1$$

$$z(15,19)=1$$

$$z(16,17)=1$$

$$z(17,10)=1$$

$$z(18,2)=1$$

$$z(19,18)=1$$

$$z(20,22)=1$$

Interpretace výsledků bude provedena v kapitole 7.

## 7 ZHODNOCENÍ DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ

Tato kapitola diplomové práce se bude zabývat interpretací a zhodnocením dosažených výsledků z výpočetního experimentu, který byl proveden v předchozí kapitole. Výsledky budou interpretovány slovním a tabulkovým vyjádřením. Umístění jednotlivých odletů do volných časových poloh je znázorněno v tab. č. 7.1.

<b>Odlet</b>	<b>Časová poloha</b>	<b>Doba časové polohy</b>
1	21	600
2	13	400
3	14	425
4	20	575
5	24	675
6	12	375
7	7	250
8	23	650
9	26	725
10	9	300
11	16	475
12	25	700
13	15	450
14	11	350
15	19	550
16	17	500
17	10	325
18	2	125
19	18	525
20	22	625

*Tab. č. 7.1. Umístění odletů do volných časových poloh*

Z tabulky č. 7.1 je patrné, že podmínky, že každý odlet musí být umístěn právě do jedné polohy a že volná časová poloha musí být obsazena maximálně jedním odletem, jsou splněny.

Volné časové polohy, které v tabulce č. 6.1 nejsou zobrazeny, zůstaly neobsazeny. Na základě počtu cestujících, kteří přiletí spojem i a pokračují do směru j, byla vypočtena celková časová ztráta, která činí 842 500 ztrátových osobominut.

## 8 VYHODNOCENÍ CÍLŮ DIPLOMOVÉ PRÁCE

**Cíl:** Charakterizovat základní zásady přidělování slotů v souvislosti s časovou koordinací spojů na tranzitních letištích.

**Plnění:** Základní zásady přidělování slotů v souvislosti s časovou koordinací byly popsány v kapitole 2.

**Cíl:** Zmapovat existující přístupy k tvorbě matematických modelů časové koordinace spojů v přestupních uzlech a analyzovat jejich vhodnost pro využití v letecké dopravě.

**Plnění:** Existující přístupy k tvorbě matematických modelů časové koordinace spojů v přestupních uzlech a analýza jejich vhodnosti pro využití v letecké dopravě byla popsána v kapitole 3.

**Cíl:** Prokáže-li se, že existující přístupy nejsou pro leteckou dopravu vhodné, zabývat se návrhem takových modelů, které by byly v podmínkách letecké dopravy uplatitelné, ověřit pomocí jednoduchých výpočetních experimentů jejich funkčnost a otestovat jejich uplatnění na úloze většího rozsahu.

**Plnění:** Modely, které by byly v podmínkách letecké dopravy uplatitelné, byly navrženy v kapitole 4. Funkčnost navržených modelů byla ověřena v kapitole 5. Úloha většího rozsahu byla řešena v kapitole 6 a měla 800 proměnných.

## 9 ZÁVĚR

V této diplomové práci byla v teoretické části popsána analýza současného stavu z pohledu problematiky přidělování slotů v letecké dopravě, a to jak přidělováním slotů od CFMU, tak i přidělováním letištních slotů. Další teoretická část diplomové práce byla věnována obecným principům organizace letového provozu v CTR, které byly zaměřeny na vybrané fáze letu, a to konkrétně přílet a odlet letadel, které mohou mít přímý vliv na plánovanou časovou koordinaci.

Druhá část diplomové práce se zabývala teoretickými východisky řešení daného problému. V této části byly definovány obecné zásady tvorby modelů v matematickém programování a uvedeny důvody pro použití matematického programování pro řešení navržených modelů. Tato část diplomové práce byla také věnována popisu existujících modelů pro časovou koordinaci spojů.

V třetí části diplomové práce byly popsány návrhy řešení pro jednotlivé modely časové koordinace spojů na tranzitních letištích a to tak, jak postupně vznikaly. Pro všechny vytvořené matematické modely byly vytvořeny jednoduché příklady, na kterých byla ověřena jejich správná funkčnost. Po ověření funkčnosti matematických modelů byla provedena realizace výpočetního experimentu většího rozsahu a jeho následné zhodnocení.

Navržené modely je nutno chápat jako úvodní příspěvek k problematice časové koordinace spojů na tranzitních letištích. Obsahují základní logiku fungování modelu. Do budoucna je nutno se zaměřit na větší provázanost s tematikou organizace odletů a příletů, tj. Vytvořit širší spektrum vstupních dat a rozhodnutí, která by umožňovala plánovat časovou koordinaci více detailněji.

## 10 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] KULČÁK, L. a kol. *Air Traffic Management*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2002, 314 s. ISBN 80-7204-229-7.
- [2] ŽIHLA, Z. a kol. *Provozování podniků letecké dopravy a letišť*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2010, 301 s. ISBN 978-80-7204-677-5.
- [3] VOLNER, R. a kol. *Flight Planning Management*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007, 650 s. ISBN 978-80-7204-496-2.
- [4] JANÁČEK, J. a kol. *Navrhovanie územne rozľahlých obslužných systémou*. Žilina: Žilinská univerzita, 2010, 404 s. ISBN 978-80-557-0219-2.
- [5] JANÁČEK, J. *Matematické programování*. Žilina: Žilinská univerzita, 2003, 225 s. ISBN 80-8070-054-0.
- [6] ČERNÝ, J. a kol. *Základy matematickej teórie dopravy*. Bratislava: VEDA, 1990. ISBN 80-224-0099-8.
- [7] Letecký předpis L 4444, datum vydání: 29.8.2011
- [8] Letecký předpis L 8168, datum vydání: 16.12.2010
- [9] EUR-LEX. *Nariadení Rady (EHS) č. 95/93* [online]. [cit. 2012-03-8]. Dostupné z: <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=DD:07:02:31993R0095:CS:PDF>
- [10] *Internetový časopis: Acta Logistica Moravica* [online]. 2011 [cit. 2012-03-18]. ISSN 1804-8315. Dostupné z: [http://web2.vslg.cz/fotogalerie/acta\\_logistica/2011/2\\_cislo/6\\_treichman.pdf](http://web2.vslg.cz/fotogalerie/acta_logistica/2011/2_cislo/6_treichman.pdf)
- [11] Air traffic flow management. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2012-03-28]. Dostupné z: [http://en.wikipedia.org/wiki/Air\\_traffic\\_flow\\_management#Slot\\_.26\\_Calculated\\_Take-Off\\_Time](http://en.wikipedia.org/wiki/Air_traffic_flow_management#Slot_.26_Calculated_Take-Off_Time)